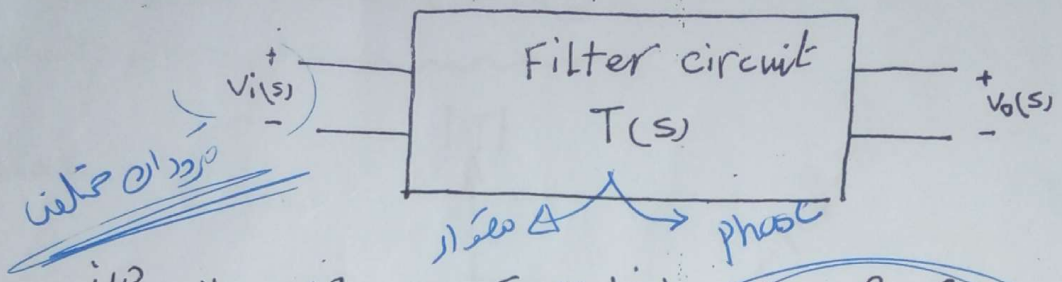
* ⇒ Filter transmission, Types, specification :-

General symbol :-

لمن عايز توضيح تأثير الـ system على الـ i/p الـ amplitude, phase



- يتم تعريف الـ transfer fn : على أنها النسبة بين الـ o/p و الـ i/p

$$T(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = T(s) = \frac{\text{الخارج}}{\text{الداخل}}$$

$s = j\omega$ = Physical frequency أي أن الـ transfer fn تكون عند حساب قيمة الـ filter transmission بدلالة

$$T(j\omega) = |T(j\omega)| \angle \phi$$

مقدار — زاوية

$|T(j\omega)|$ filter transmission : هي قيمة وتمثل الـ Amplitude الخاص بالدخل. ولاحظ أن الـ filter يقوم بتغيير كل الدخل أول تغير الـ Amplitude الخاص بالدخل. طبقاً لـ filter transmission وكذلك فإنه يغير الـ phase الخاص بالدخل.

ويكون الـ o/p =

$$|V_o(j\omega)| = |T(j\omega)| \cdot |V_i(j\omega)|$$

- وفي بعض الأحيان يسمى الـ filter بالـ Frequency-selection حيث يقوم الـ filter بتمرير ترددات ويسمى هذا الجزء بالـ Pass-Band ويقوم

Scanned by CamScanner

* Filter types

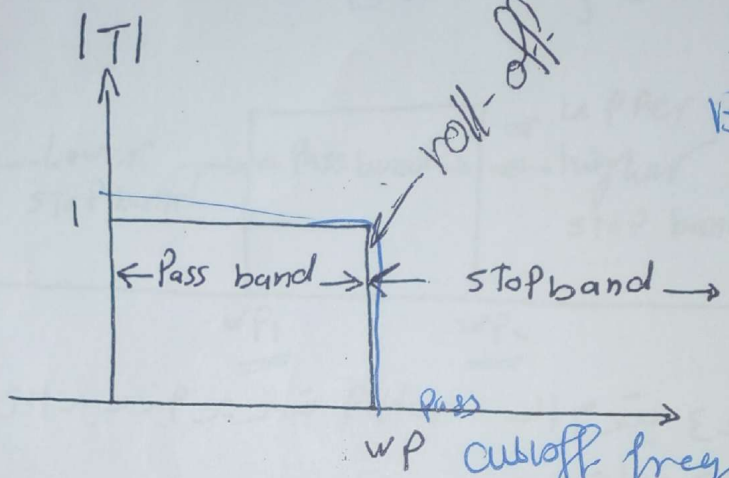
1] ideal

أيضاً الـ filter يقوم بإلغاء باقي الترددات الموجودة غير نوع الـ Pass band ويسمى هذا بالـ stop-band.

وهنا له أنواع كثيرة سوا الـ filter

① Low Pass filter:-(LPF).

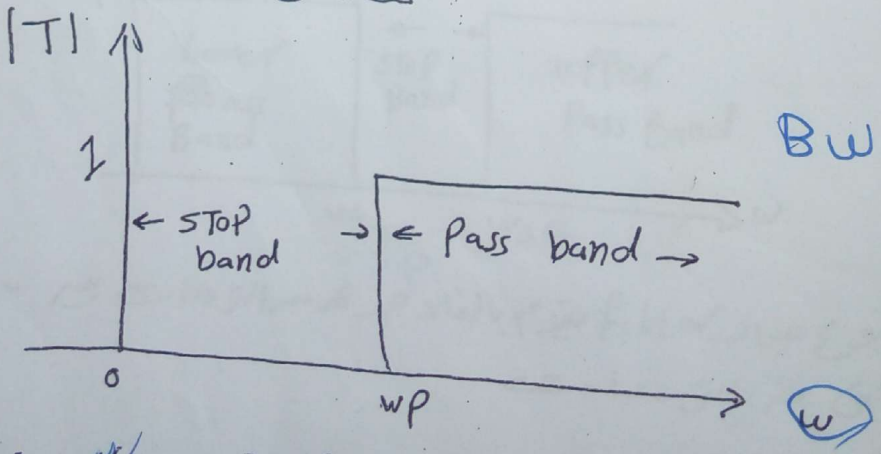
symbol:-



$BW = \omega_p - 0 = \omega_p$

في هذا النوع يقوم الـ filter بتمرير جميع الترددات بين wp → 0 ويقوم بإلغاء أي تردد أعلى.

② high-Pass filter:- (HPF)



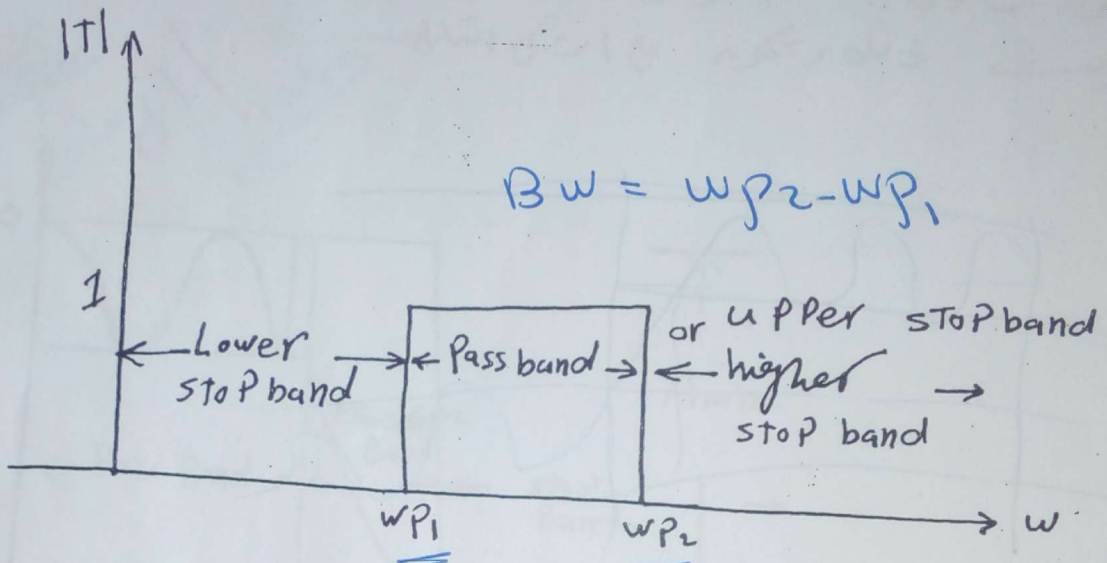
$BW = \omega_p \rightarrow \infty$
$\infty - \omega_p$

في هذا النوع يقوم بإلغاء الترددات الموجودة بين wp → 0 وتمرير أي تردد أعلى

Scanned by CamScanner

③ Band Pass filter (B.P.F).

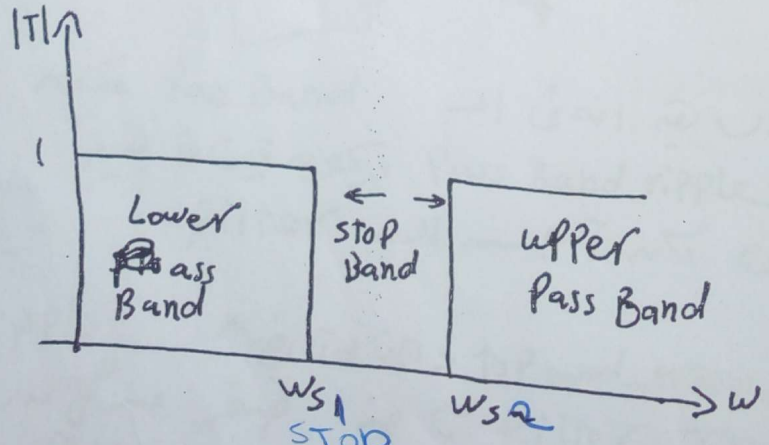
symbol:-



$$BW = w_{p2} - w_{p1}$$

- في هذا النوع يقوم الـ filter بتمرير الجزء من الترددات بين $w_{p1} \rightarrow w_{p2}$ ويقوم بالغاء باقي الترددات ..

④ Band stop filter [B.S.F]

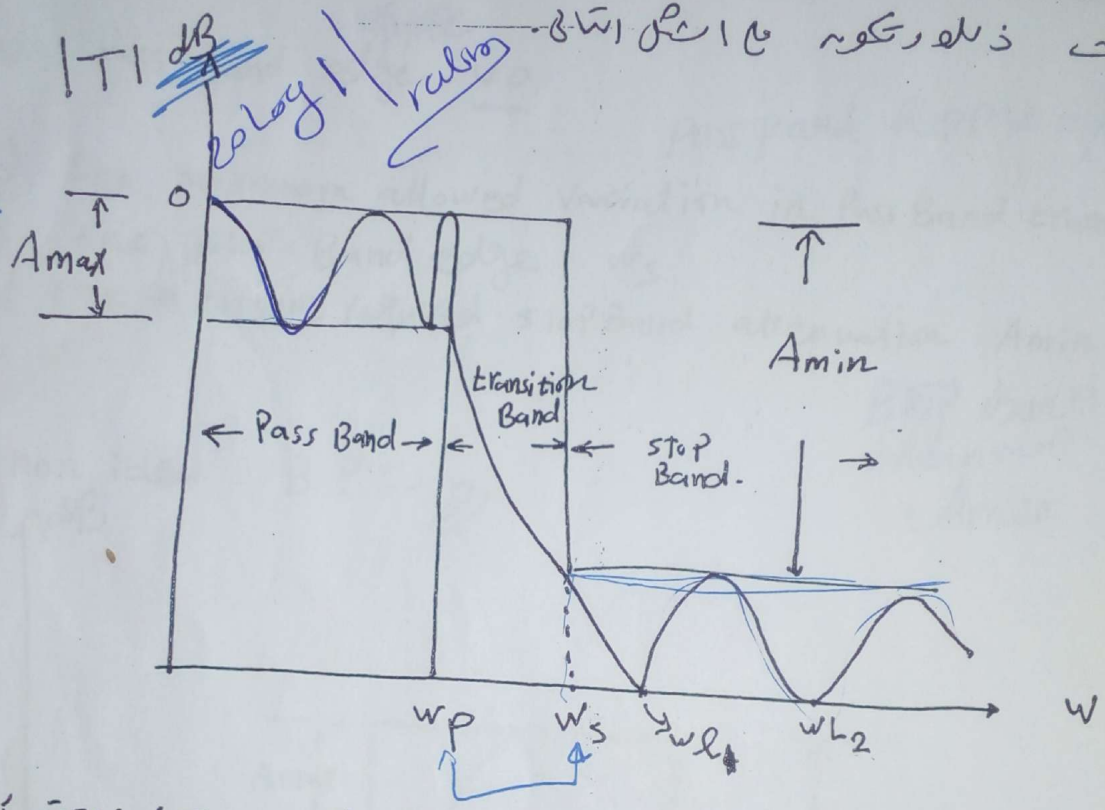


- في هذا النوع من الـ filter يقوم بالغاء الجزء من الترددات بين $w_{s1} \rightarrow w_{s2}$ ويقوم بتمرير الجزء الباقي من الترددات -

Scanned by CamScanner

(Practical Filter) 2

Transfer fn ... جميع الانواع اللي تم ذكرها كلها تلاقيها في ... filter transmission ... Pass Band ... stop Band ... ideal ...



... Pass Band ... Amax ... Pass Band ripple ... filter ...

... ripple ... wL1, wL2 ... Zero's ... filter ...

Transition band ... Very sharp ... filter ... sharp ... selectivity factor ... nonideal ... filter ...

⇒ selectivity factor = $\frac{w_s}{w_p}$

Scanned by CamScanner

وكلما اقترب للواحد كان أفضل

any filter can be specified by.

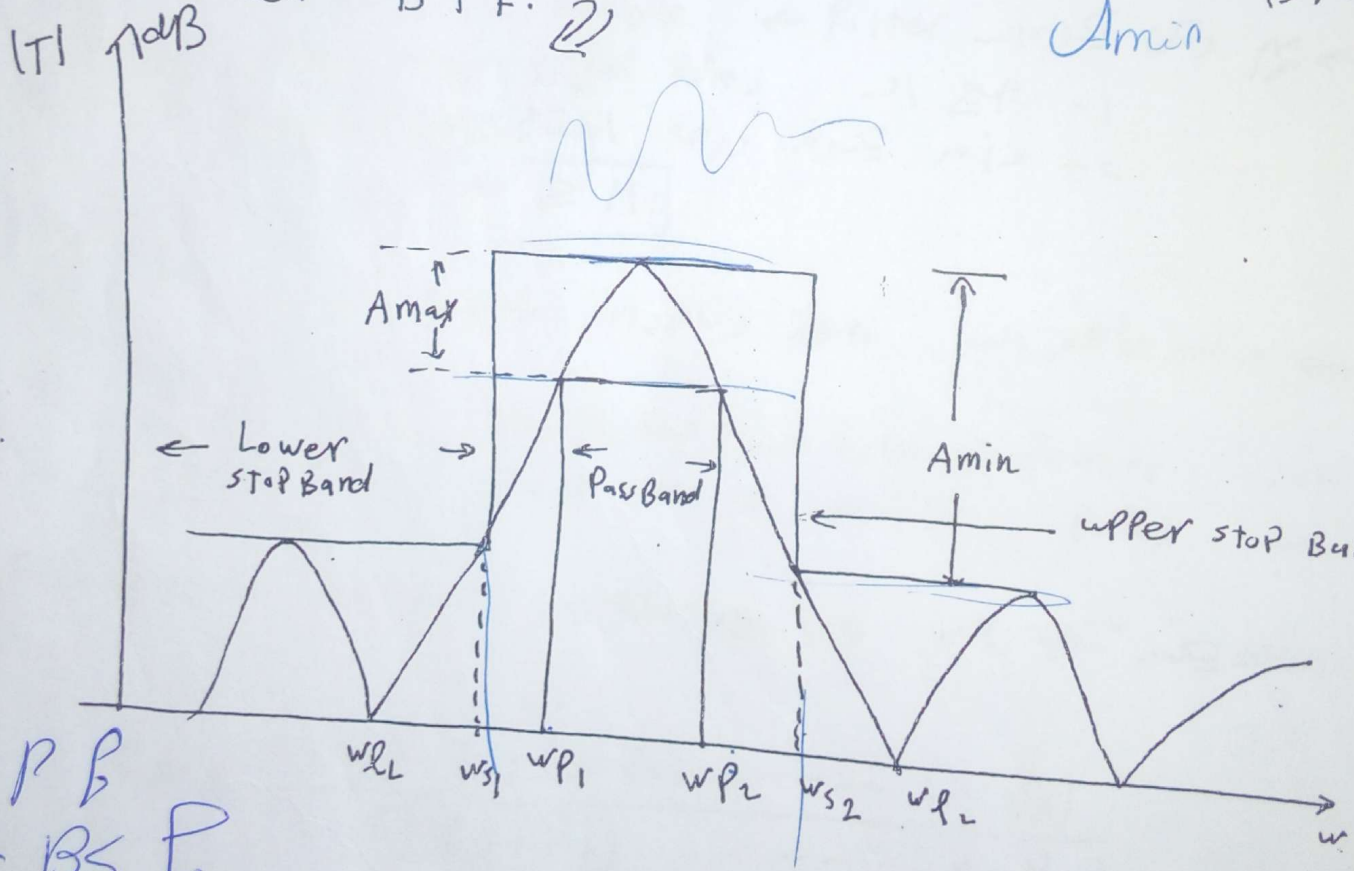
a) Pass Band edge w_p

Pass band Ripple = A_{max}

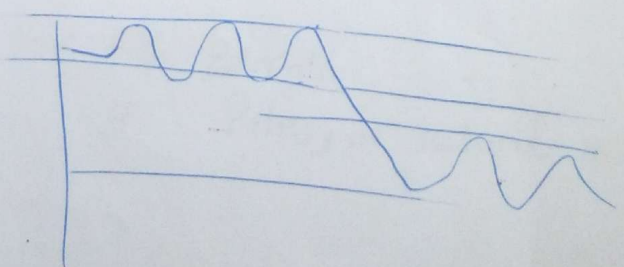
2) the maximum allowed variation in Pass Band transmission A_m
3) the stop Band edge w_s
4) the minimum required stop Band attenuation A_{min}.

Stop band attenuation A_{min}

⇒ non ideal B P F.



* B P F
* BS F
* BSP F



Scanned by CamScanner

Note: NP → roll off ↓ (لـ عدد الـ Poles) (دقيق الـ filter ideal كالـ)

⇒ Complexity (the filter transfer function)

يعكس كفاية الـ filter أي الـ Transfer fn في الصورة التالية

$$T(s) = \frac{a_M s^M + a_{M-1} s^{M-1} + \cdots + a_0}{s^N + b_{N-1} s^{N-1} + \cdots + b_0}$$

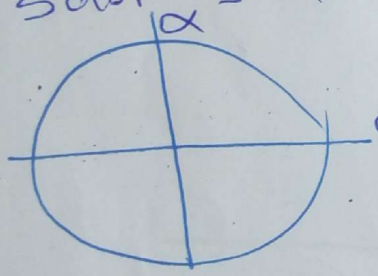
الأعلى للأقل
الأسفل للأدنى

~ (filter order) أو filter يتم تحديد رتبة الـ $T(s)$ وبالتالي الـ filter
خلال تحديد أعلى أس في المقام، ويكون هو درجة الـ filter.

← ثم وحتى يكون الـ filter ← لابد وأن يكون stable
Domine ١- جميع الـ Poles تقع في الجهة اليسرى لـ
٢- ولابد وأن يكون درجة المقام (N) أكبر من درجة البسط (M) أو تساويها.

$$N \geq M$$

s domain $= \alpha + j\omega$



~ ويعكس ماهو الـ Zero وماهو الـ Poles؟

الـ Zero's هي عبارة عن أصفار البسط.
الـ Poles " " " " المقام.

ويمكن كتابة الـ $T(s)$ بالطريقة التالية ← Poles بدلالة الـ Zero's على الشكل التالي.

$$T(s) = \frac{a_M (s-Z_1)(s-Z_2)\cdots(s-Z_M)}{(s-P_1)(s-P_2)\cdots(s-P_N)}$$

$Z_1, Z_2 \cdots Z_M$: Transfer fn Zero's
$P_1, P_2 \cdots P_N$: " " Poles, or natural modes.

Scanned by CamScanner

وتكون هناك علاقة مرافقة بين الـ Poles إذا كانت Poles ⟸ complex لا يمكن أن تتواجد وحيدة أي تكون conjected.

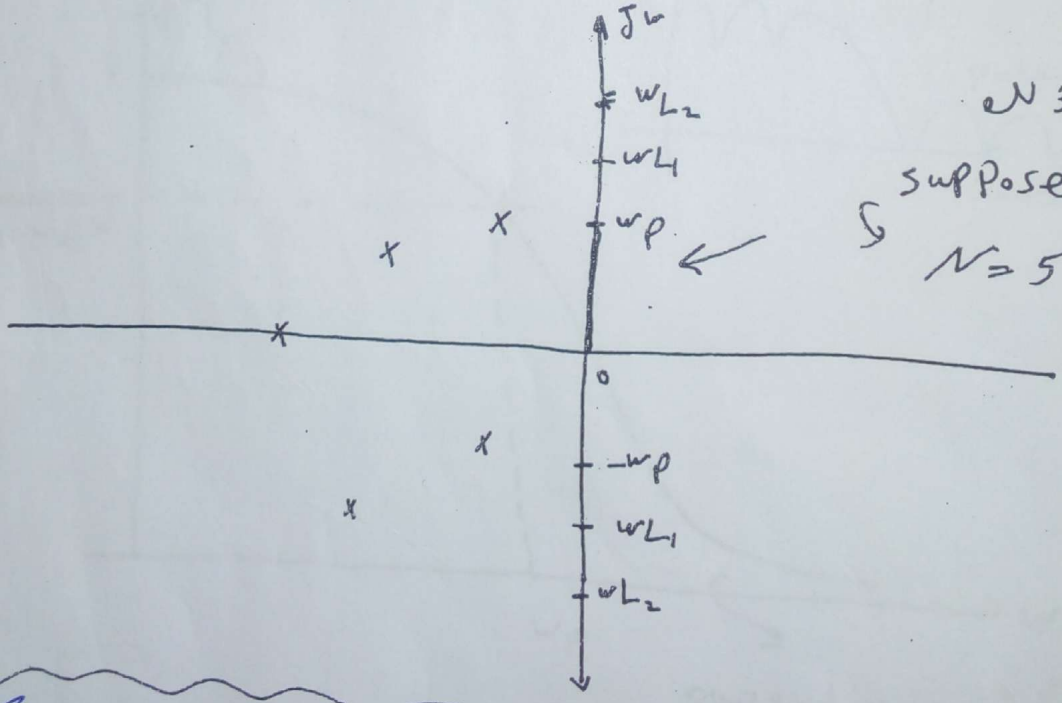
Ex if $P_1 = -3 + 4J$ $(\sigma + j\omega)$

so there is another Poles $P_2 = -3 - 4J$

conjected.

مثال: إذا أخذنا دارة الـ T(s) لـ nonideal LPF فإنها تحتوي على 3 zero's وهم عند

1- ω_p
2- $s = -j\omega_{L_1}$
3- $s = -j\omega_{L_2}$
4- $s = +j\omega_{L_1}$
5- $s = +j\omega_{L_2}$) conjected



ويتم رسمها كالتالي

suppose

$N = 5$

Note

عموماً إذا أعطي T(s) على الشكل التالي:

$$T(s) = \frac{a_M}{s^N + b_{N-1} s^{N-1} + \cdots + b_0}$$

Scanned by CamScanner

نلاحظ من الـ $T(s)$ السابقة أنه لا يوجد أي أصفار ولذلك يسمى هذا الـ filter بالـ → all Poles filter

في الجزء القادم سوف نقوم بدراسة نوعان من الـ filter وهما:

1) Butter worth filter
2) cheby shev "

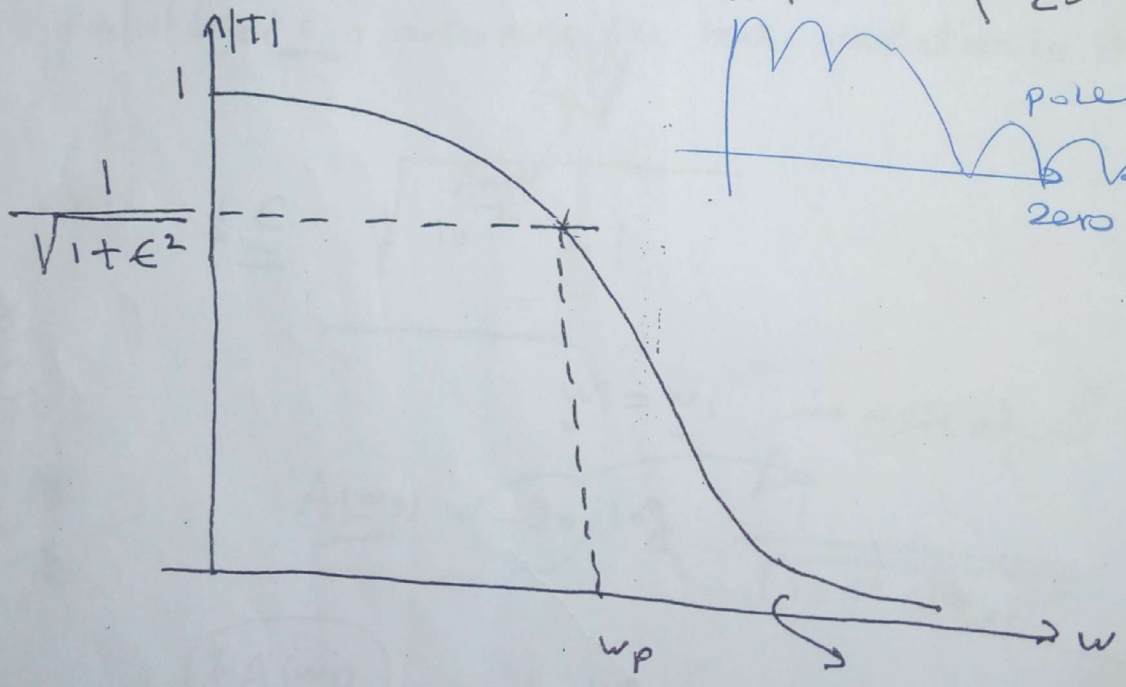
$$A_{max} = 20 \log \sqrt{1+\epsilon^2}$$

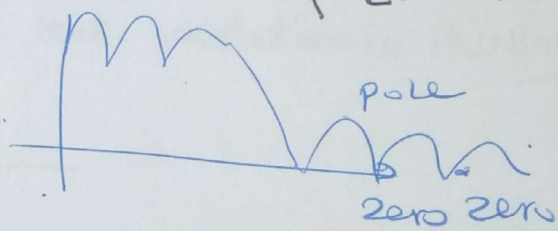
$$A(j\omega) \geq A_{min}$$

$$10 \log \left[1+\epsilon^2 \left(\frac{\omega_s}{\omega_p}\right)^{2N}\right] \geq A_{min}$$

① Butter worth filter

في هذا النوع يتم استخدام ← $T(s)$ على الشكل التالي لـ filter





نلاحظ أنه في الـ Stop Band لا يوجد أي ripple

الـ Zeros موجودة في الـ ∞ أي أنه لا يوجد أي Zeros في الـ all Pole filter أو الـ Poles

وتكون من النوع Type 1

$$* |T(jw)| = \frac{1}{\sqrt{1+\epsilon^2 \left(\frac{w}{w_p}\right)^{2N}}} \quad \leftarrow \text{order of filter}$$

at $w = w_p$

$$|T(jw_p)| = \frac{1}{\sqrt{1+\epsilon^2}}$$

where

$$* A_{max} = 20 \log \sqrt{1+\epsilon^2} \qquad A_{max} = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1+\epsilon^2}}$$

A_{max} depends on ϵ : determine the max. variation in Pass Band A_{max} dB

and $$* \epsilon = \sqrt{10^{\frac{A_{max}}{10}} - 1}$$

$\frac{A_{max}}{20}$

$10^{\frac{A_{max}}{20}}$

$\epsilon^2 = 10^{\frac{A_{max}}{10}}$

$\sqrt{10^{\frac{A_{max}}{10}} - 1}$

$w = w_s$ وبالتالي تكون عند

$$A(w_s) = -20 \log \frac{1}{\sqrt{1+\epsilon^2 \left(\frac{w_s}{w_p}\right)^{2N}}}$$

$$* A(w_s) = 10 \log \left[1+\epsilon^2 \left(\frac{w_s}{w_p}\right)^{2N}\right]$$

لكي تكون الـ filter من النوع stable يجب أن تكون

$$A(w_s) \geq A_{min}$$

$$10 \log \left[1+\epsilon^2 \left(\frac{w_s}{w_p}\right)^{2N}\right] \geq$$

$N \geq$

Scanned by CamScanner

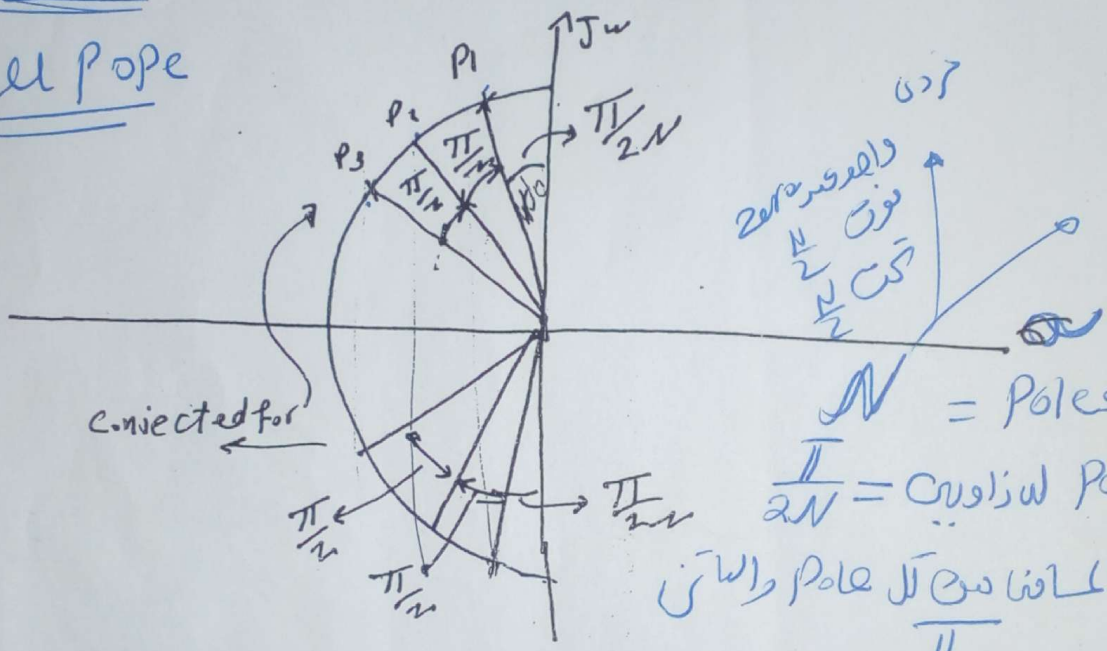
ومن خلال العلاقة السابقة يتم تحديد درجة الـ filter وكلما زادت درجة الـ filter كان أفضل

Butterworth filter لـ N Poles ← يتم بـ N بعد N : يوضح الـ

Suppose we have N - Poles.

كما ذكرنا أنه لا يوجد أي أصفار لـ filter ولذلك نمثل نقطة الـ Poles

all Pole



عدد الـ Poles = N

أول Pole لها زاوية = $\frac{\pi}{2N}$

بعد كده المسافة من كل عامل والتاني $\frac{\pi}{N}$

نلاحظ من الرسم.

أن أول Poles يبعد عن $j\omega$ بمقدار $\frac{\pi}{2N}$ وبعد ذلك يبعد كل Poles عن الأخر بزاوية $\frac{\pi}{N}$. وكل ذلك يتم تمثيلها في دائرة نصف قطرها

$$w_0 = w_p \left(\frac{1}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{N}}$$

ومن خلال ذلك يتم كتابة الـ $T(s)$

$$T(s) = \frac{K\, w_0^{N}}{(s-P_1)(s-P_2)\cdots(s-P_N)}$$

Scanned by CamScanner

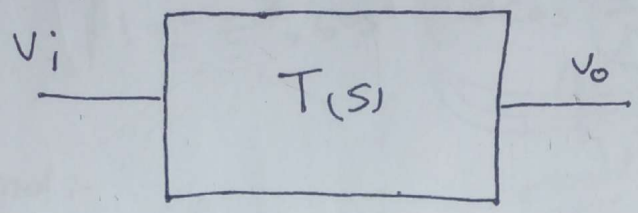
K = dc gain

P_1, P_2 Poles of filter.

Scanned by CamScanner

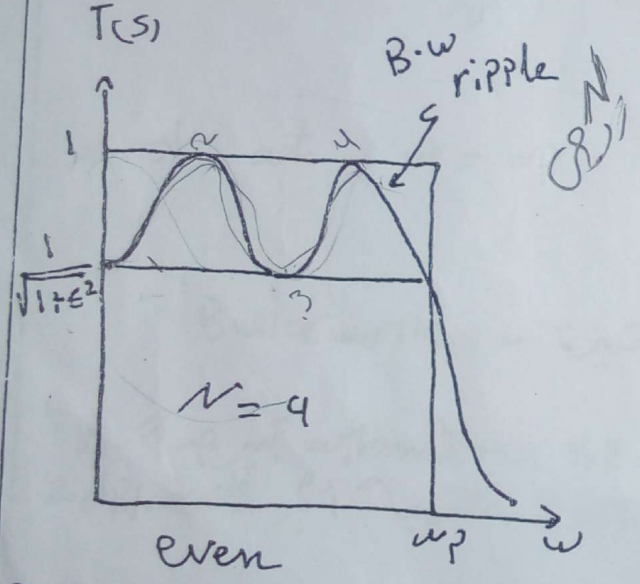
the chebyshev filter

في هذا الجزء سوف نقوم بالتعرف على النوع الثاني من الـ filter نوع يختلف عن الـ butterworth ويكون الـ T(s) على الشكل التالي.

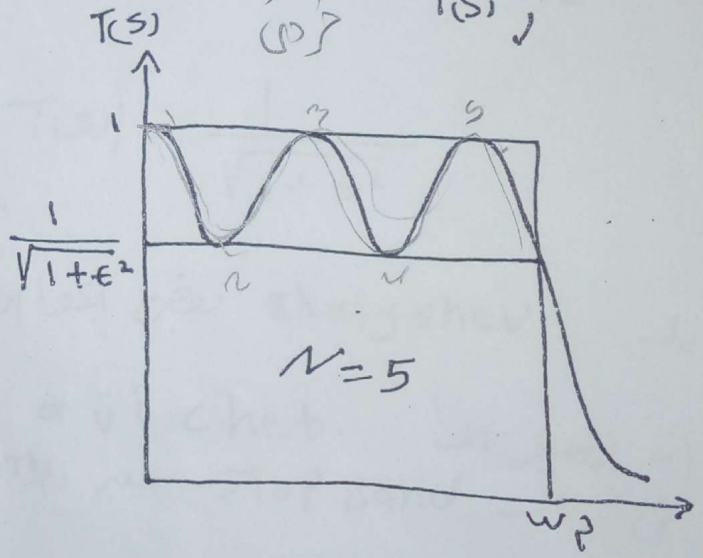


$$T(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)}$$

if N even



if N odd



Butterworth يختلف عن الـ ripple في الـ Pass Band بأنه في الـ

نلاحظ من الأشكال السابقة أنه في الـ T(s) تبدأ من عند 1

واذا كان الـ order زوجي نلاحظ أن الـ T(s) تبدأ من عند $\frac{1}{\sqrt{1+\epsilon^2}}$

وتكبر.. اذا كان الـ order فردي نلاحظ أن الـ T(s) تبدأ من عند 1

ونلاحظ أنه في حالة الـ odd والـ even عدد الـ maxima والـ min

للـ T(s) تساوي عدد الـ (order = N)

وفي الجزء التالي سوف نتعرف على المعادلة التي توصف الـ T(s) لـ

Cheby shev filter

هنا دالة توصيف الـ Pass Band ومعادلة أخرى توصيف الـ Stop band

⇒ Pass Band equation :-

$$|T(s)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2 \cdot \cos^2\left[N \cos^{-1}\left(\frac{w}{w_p}\right)\right]}} \quad \text{for } w \le w_p$$

الزاوية — الناتج

⇒ For Stop Band :-

$$|T(s)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2 \cosh^2\left[N \cosh^{-1}\frac{w}{w_p}\right]}}$$

and at $w = w_p$ $\quad |T(s)| = \frac{1}{\sqrt{1+\epsilon^2}}$

Butterworth عن Chebyshev تتميز بعض الخواص التي تميزها

1- تتميز الـ Stop Band في الـ Butterworth عن Cheb. بأنها تقريبا "أنعم" 20dB/decade

2- تكون عدد الـ order في الـ filter أقل

3- يأخذ الـ $T(s)$ الـ max والـ min عدد محدد

عند $|T(s)| = 1$ لـ i يأخذ

$$w_i = w_p \cos\frac{(2i+1)\pi}{2N} \qquad i = 0, 1, 2, \ldots, \frac{N-1}{2}$$

ثم يأخذ $|T(s)| = \frac{1}{\sqrt{1+\epsilon^2}}$ لباقي الـ i

Scanned by CamScanner

$$w_i = w_p \cos\left(\frac{2i\pi}{n}\right)$$ عندما تكون

$$i = 0, 1, 2, \ldots, \frac{n}{2}$$

٤- يتميز الـ Butterworth بأن الـ Transition تكون very sharp

٥- وكذلك الـ ripple الموجود داخل الـ BassBand يعتمد على الـ order أو عدد الـ Poles

دعنا نقوم بالتعرف على بعض القوانين الخاصة بـ Chebyshev

$$A_{max} = 10 \log(1 + \epsilon^2)$$

$$\epsilon = \sqrt{10^{\frac{A_{max}}{10}} - 1}$$ ← dB

and at $w = w_s$

$$A(w_s) = 10 \log\left[1 + \epsilon^2 \cosh^2\left[n \cosh^{-1}\left(\frac{w_s}{w_p}\right)\right]\right]$$

Natural mode

$A(w_s) \geq A_{min}$ ومنها نحدد n بحيث يكون أكبر من أو يساوي

ولتحديد موقع الـ Poles يتم تحديدها من العلاقة التالية

$$k = -w_p \sin\left[\frac{(2k-1)}{n}\frac{\pi}{2}\right] \sinh\left[\frac{1}{n}\sinh^{-1}\left(\frac{1}{\epsilon}\right)\right]$$

$$+ j w_p \cos\left[\frac{(2k-1)}{n}\frac{\pi}{2}\right] \cosh\left[\frac{1}{n}\sinh^{-1}\left(\frac{1}{\epsilon}\right)\right]$$

$N = 0, 1, 2$

Scanned by CamScanner

$K = 1, 2, \dots$

ويمكن كتابة الـ $T(s)$ على الشكل

$$T(s) = \frac{K \omega_p^n}{\epsilon\, 2^{n-1} (s-p_1)(s-p_2)\cdots(s-p_n)}$$

First order Filters

في هذا الجزء سوف نتعرف على الأنواع الدوائر المختلفة لـ first order لـ LPF, HPF, وأنواع أخرى ومعادلات الـ $T(s)$ لكل منهم

the general form for first order fn

$$T(s) = \frac{a_1 s + a_0}{s + \omega_0}$$

one pole

s^1 والجزء السري s-domain

درجة البسط لازم أقل من أو يساوي درجة المقام $M \le N$ s^1 or s^0

نلاحظ من هذه الـ fn أن الـ order = 1 و n_i يمثل Poles موجود عند $s = -\omega_0$ و z_i يمثل Zero's موجود عند $s = -\frac{a_0}{a_1}$

ومن خلال a_0, a_1 يحدد نوع الـ Filter (LPF, HPF).

ويمكن قبل التعرف على أنواع الـ $T(s)$ أن نعرف ما هي أهمية استخدام الـ active filters

خطط

1- يمكن إيجاد الـ gain المراد بسهولة عن طريق الحصول على المقادير المراد الوصول إليها.
ثم المقارنات على حسب القيم المراد الوصول إليها.

2- مقاومة خرج الـ active filter تكون صغيرة مما يجعل الـ Cascading ممكن

وفي البدء التالي سوف نقوم بالتعرف على الدوائر المختلفة الـ Filter

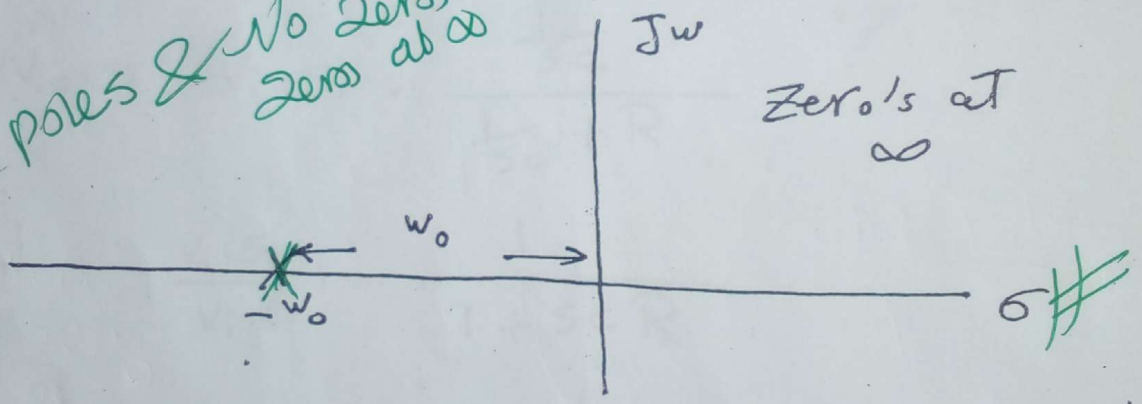
① Low Pass filter

general form

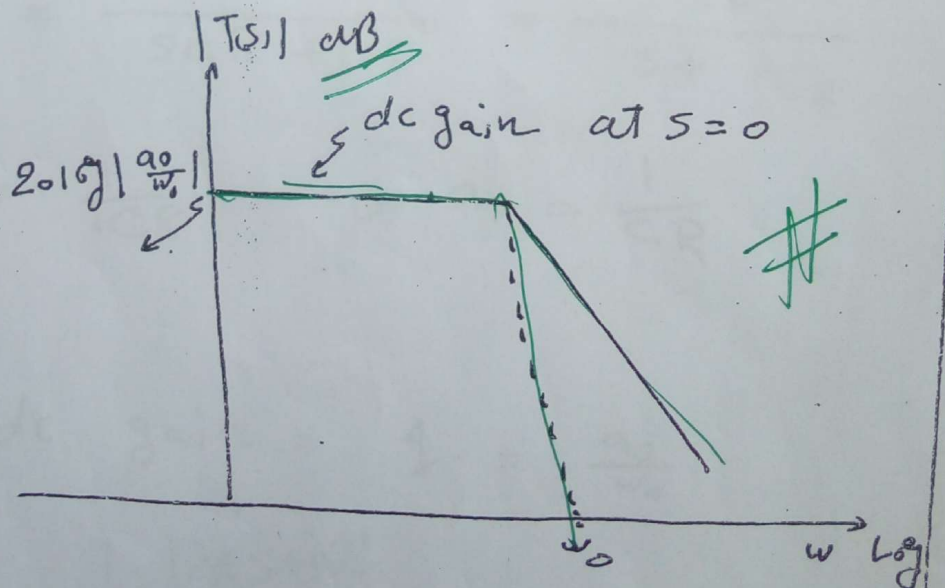
$$T(s) = \frac{a_0}{s + w_0}$$

يكون لدينا Poles عند $s = -w_0$ وتكون Zero's عند ∞

all poles & No zeros
zeros at ∞



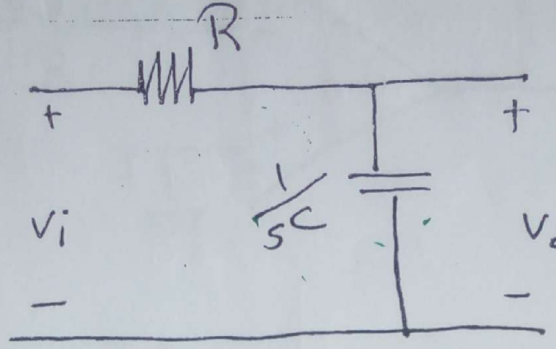
and $T(s)$



Scanned by CamScanner

Example

a) Passive circuit [filter]



$$V_o(s) = V_i(s) \cdot \frac{\frac{1}{sC}}{\frac{1}{sC} + R}$$

$$\therefore \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{1 + sCR}$$

$$\therefore T(s) = \frac{1}{sCR + 1} = \frac{\frac{1}{CR}}{s + \frac{1}{CR}}$$

$$\therefore \omega_0 = \frac{1}{CR} \quad , \quad a_0 = \frac{1}{CR}$$

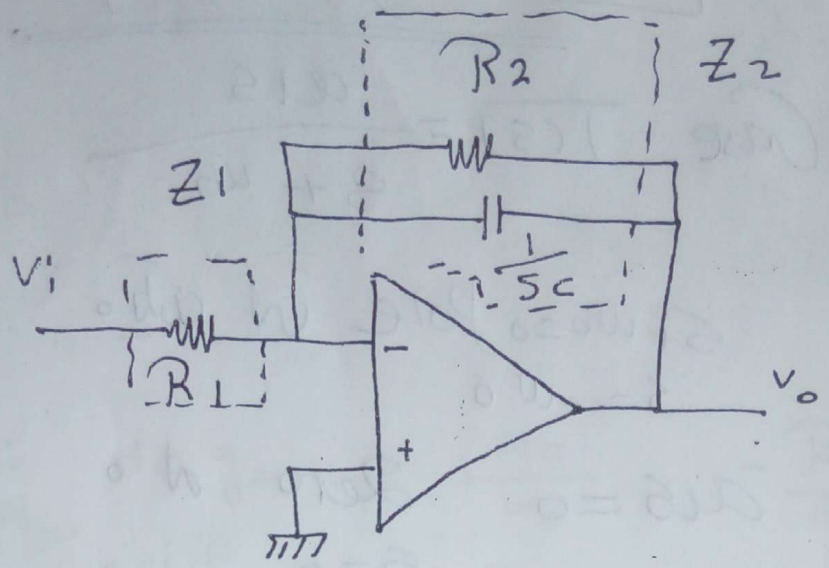
Poles بعد ← سالب دائما

$$\therefore \text{dc gain} = 1 = \frac{a_0}{\omega_0}$$

passive

gain الربح

for active:-



$$\therefore \quad V_o/V_i = -\frac{Z_2}{Z_1}$$

$$Z_2 = \frac{1}{sC} \,//\, R_2$$

$$Z_1 = R_1$$

$$\therefore \quad T(s) = -\frac{\frac{1}{sC} \,//\, R_2}{R_1}$$

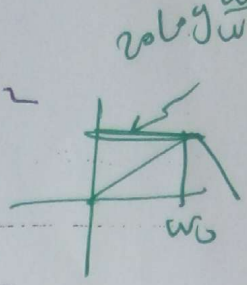
$$= \frac{-\frac{\frac{1}{sC} \cdot R_2}{\frac{1}{sC} + R_2}}{R_1} = \frac{-\frac{R_2}{sC}}{R_1 R_2 + R_1/sC}$$

$$= \frac{-R_2}{sCR_1R_2 + R_1}$$

$$= \frac{-R_2}{CR_1R_2\left[s + \frac{R_1}{CR_1R_2}\right]}$$

$$= \frac{-\frac{1}{CR_1}}{s + \frac{1}{CR_2}} \quad \omega_0$$

$$\therefore \quad a_0 = \frac{-1}{CR_1} \quad \& \quad w_0 = \frac{1}{CR_2}$$



$$\therefore \text{ dc gain} = \frac{a_0}{w_0} = -\frac{R_2}{R_1}$$

gain ده active

active الـ gain بتاع Passive دايرة بتكون الـ gain بتاعها سالب يعني الـ output بيكون معاكس في الـ phase للـ input. $(-R_2/R_1)$

---

(2) high Pass filter (H.P.f)

general form

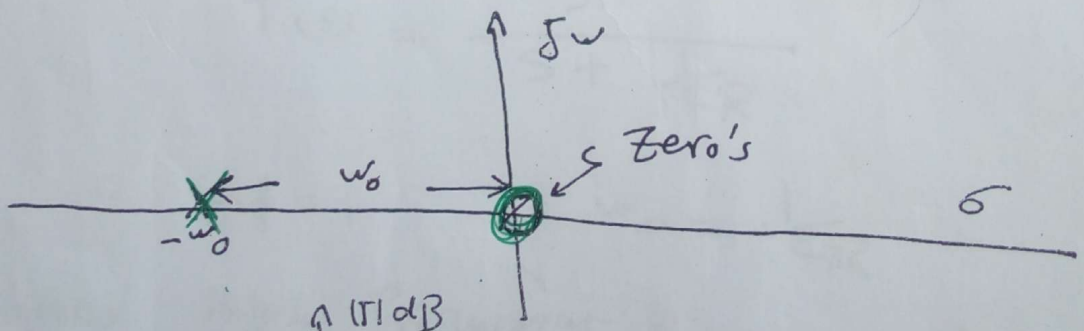
$$T(s) = \frac{a_1 s}{s + w_0}$$

$s=0$ ⇒ $a_1/1$

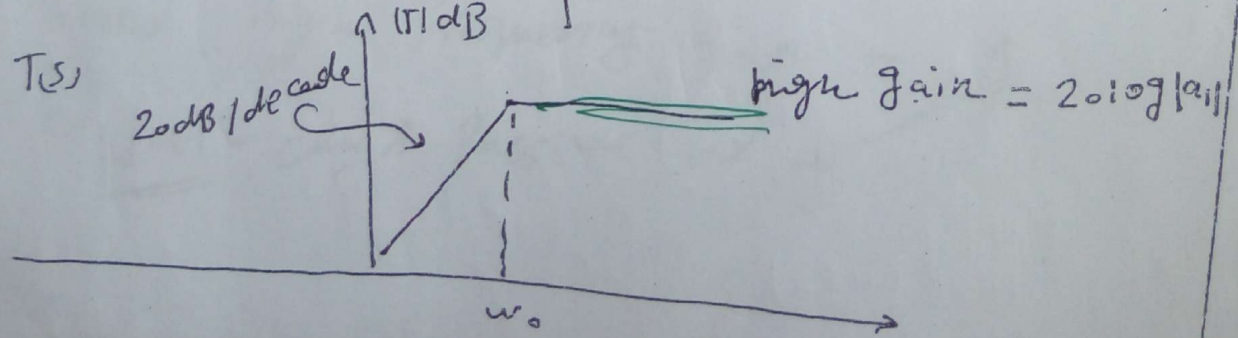
$s=\infty$ ⇒ $a_1/1$

$s = -w_0$ ده Poles على الـ

$s = 0$ Zeros على

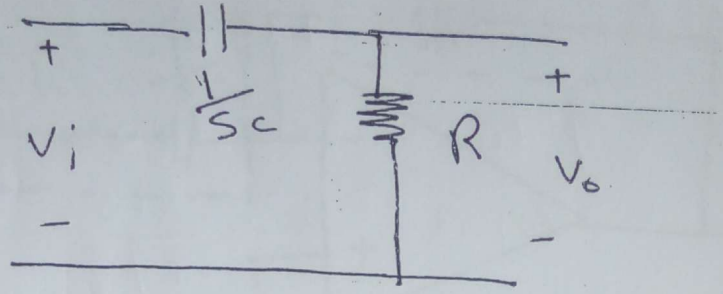


and T(s)



Scanned by CamScanner

a) Passive filter



$$V_o = V_i \frac{R}{\frac{1}{sc} + R}$$

$$\therefore \frac{V_o}{V_i} = T(s) = \frac{R}{\frac{1+scR}{sc}}$$

$$\therefore T(s) = \frac{scR}{1+scR}$$

$$T(s) = \frac{scR}{cR\left[s + \frac{1}{cR}\right]}$$

$$T(s) = \frac{s}{s + \frac{1}{cR}}$$

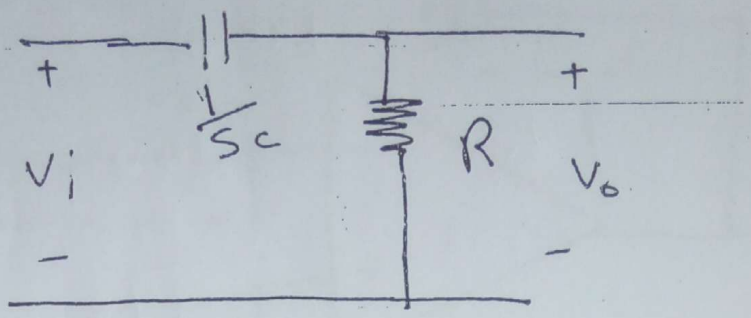
$$\therefore a_1 = 1 \qquad w_o = \frac{1}{cR}$$

and high frequency gain = 1

gain decreases Passive nx

Scanned by CamScanner

a) Passive filter



$$V_o = V_i \frac{R}{\frac{1}{sc} + R}$$

$$\therefore \frac{V_o}{V_i} = T(s) = \frac{R}{\frac{1+scR}{sc}}$$

$$\therefore T(s) = \frac{scR}{1+scR}$$

$$T(s) = \frac{scR}{cR\left[s + \frac{1}{cR}\right]}$$

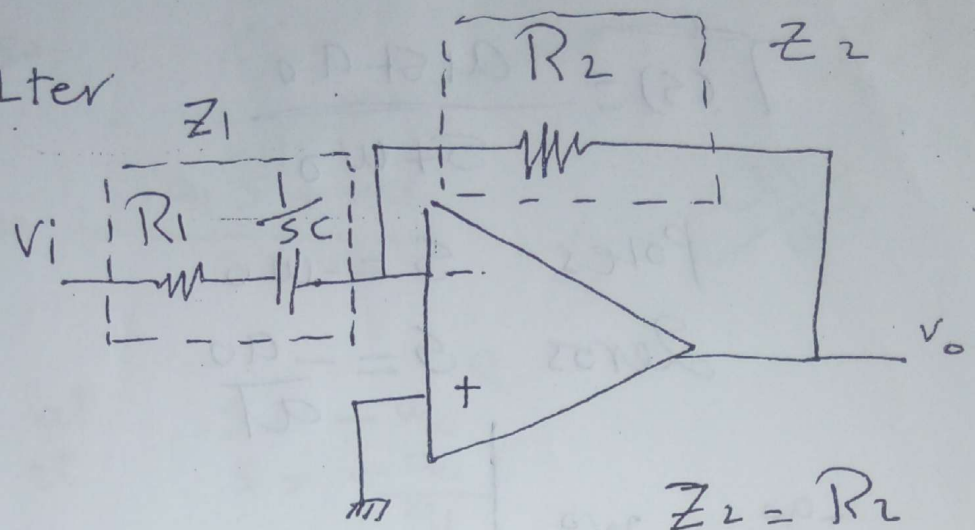
$$T(s) = \frac{s}{s + \frac{1}{cR}}$$

$$\therefore a_0 = 1 \qquad w_o = \frac{1}{cR}$$

and high frequency gain = 1

gain ckt is Passive nw

b) active filter



$$Z_2 = R_2$$

$$Z_1 = \frac{1}{sC} + R_1$$

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{Z_2}{Z_1} =$$

$$= \frac{-R_2}{\frac{1}{sC} + R_1} = \frac{-R_2}{\frac{1+sCR_1}{sC}}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{-sCR_2}{sCR_1 + 1} = \frac{-sCR_2}{CR_1\left[s + \frac{1}{CR_1}\right.}$$

$$T(s) = \frac{-s\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{s + \frac{1}{CR_1}}$$

$$w_0 = \frac{1}{CR_1} \qquad a_1 = -\frac{R_2}{R_1}$$

and high frequency gain $= -\frac{R_2}{R_1}$

Scanned by CamScanner

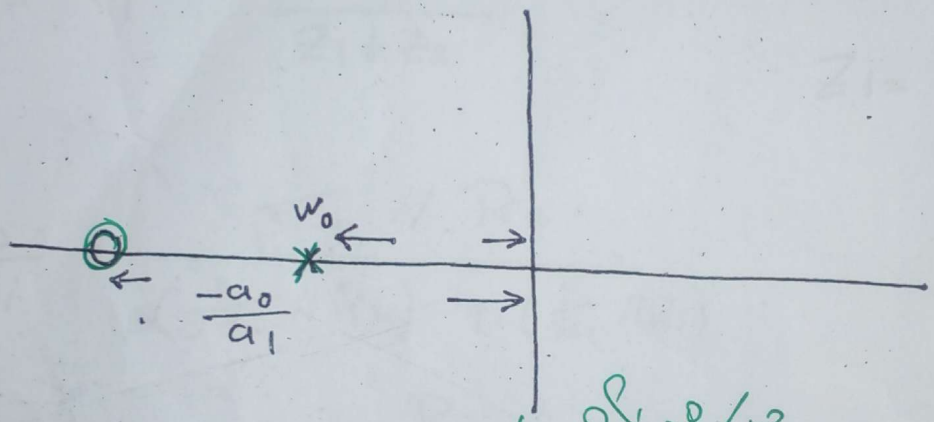
③ general case:- filter (ii)

$$T(s) = \frac{a_1 s + a_0}{s + w_0}$$

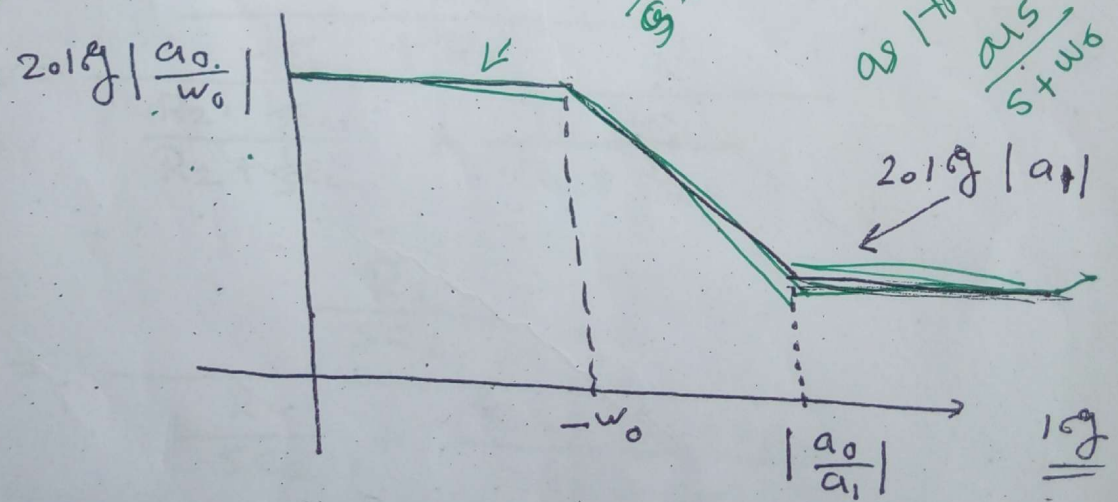
$\frac{a_1}{w_0}$

Poles at $s = -w_0$

Zeros at $s = -\frac{a_0}{a_1}$

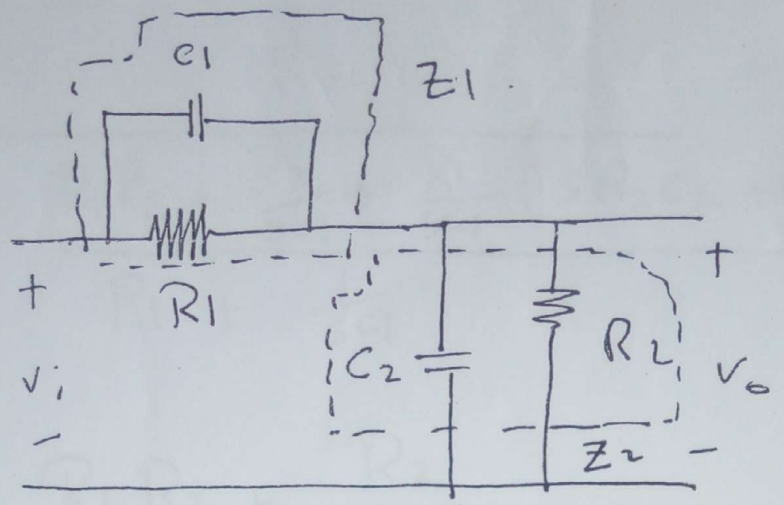


and $T(s)$



Scanned by CamScanner

g) Passive



$$V_o = V_i \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$Z_2 = \frac{1}{sC_2} // R_2$$

$$Z_1 = \frac{1}{sC_1} // R_1$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{\frac{1}{sC_2} // R_2}{\left(\frac{1}{sC_2} // R_2\right) + \left(\frac{1}{sC_1} // R_1\right)}$$

$$= \frac{\frac{R_2}{sC_2}}{\frac{\frac{1}{sC_2} + R_2}{\frac{R_2 \cdot \frac{1}{sC_2}}{R_2 + \frac{1}{sC_2}} + \frac{R_1 \frac{1}{sC_1}}{R_1 + \frac{1}{sC_1}}}}$$

$$= \frac{\frac{R_2}{sC_2}}{\frac{R_2}{sC_2} + \frac{\left(\frac{R_1}{sC_1}\right)\left(R_2 + \frac{1}{sC_2}\right)}{R_1 + \frac{1}{sC_1}}}$$

$$= \frac{R_2}{R_2 + \frac{\left(\frac{R_1}{sC_1}\right)(sR_2C_2 + 1)}{R_1 + \frac{1}{sC_1}}}$$

Scanned by CamScanner

$$= \frac{R_2}{\frac{R_1R_2 + \frac{R_2}{sC_1} + \frac{R_1}{sC_1}(sR_2C_2 + 1)}{R_1 + \frac{1}{sC_1}}}$$

$$= \frac{R_1R_2 + \frac{R_2}{sC_1}}{R_1R_2 + \frac{R_2}{sC_1} + \frac{R_1R_2C_2}{C_1} + \frac{R_1}{sC_1}}$$

$$= \frac{sR_1R_2C_1 + R_2}{sR_1R_2C_1 + R_2 + sR_1R_2C_2 + R_1}$$

$$= \frac{sR_1R_2C_1 + R_2}{s(R_1R_2(C_1 + C_2)] + (R_1 + R_2)}$$

$$= \frac{sR_1R_2C_1 + R_2}{R_1R_2(C_1 + C_2)\left[s + \frac{R_1 + R_2}{R_1R_2(C_1 + C_2)}\right]}$$

a_1 a_0

$$= \frac{s\left(\frac{C_1}{C_1 + C_2}\right) + \frac{1}{R_1(C_1 + C_2)}}{s + \frac{R_1 + R_2}{R_1R_2(C_1 + C_2}}$$

w_0

Scanned by CamScanner

$$\omega_0 = \frac{R_1+R_2}{R_1R_2(C_1+C_2)}$$

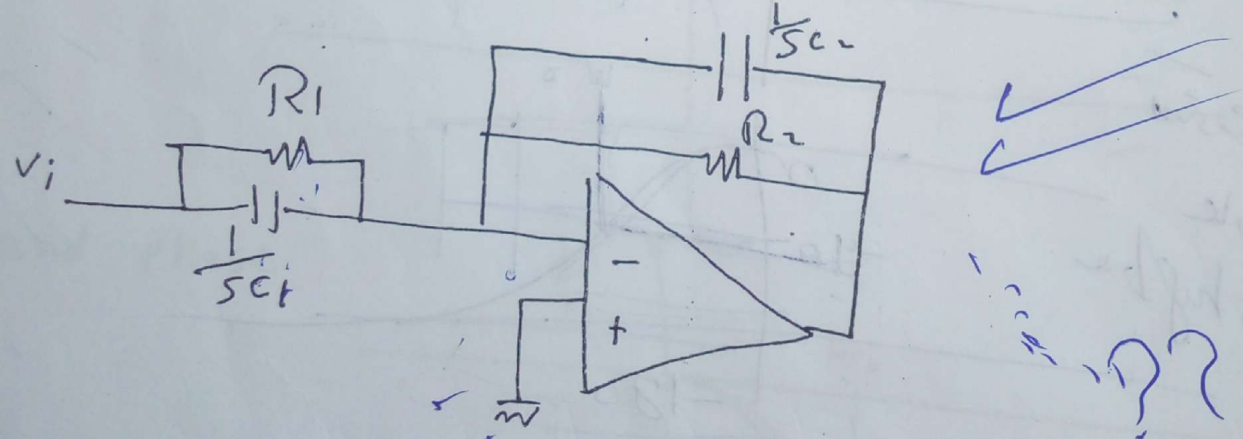
$$\frac{1}{\omega_0} = (R_1 // R_2)(C_1+C_2)$$

and $a_0 = \frac{1}{R_1(C_1+C_2)}$, $a_1 = \frac{C_1}{C_1+C_2}$

$\therefore$ dc gain $= \frac{R_2}{R_1+R_2}$ $\frac{a_0}{\omega_0}$

high gain $= \frac{C_1}{C_1+C_2}$ a_1

for active :-



$$\frac{1}{\omega_0} = \frac{1}{C_2R_2}$$ ($\frac{a_1}{a_0} = -\frac{R_2}{R_1}$

dc gain $= -\frac{R_2}{R_1}$ (HF gain $= \frac{-C_1}{C_2}$

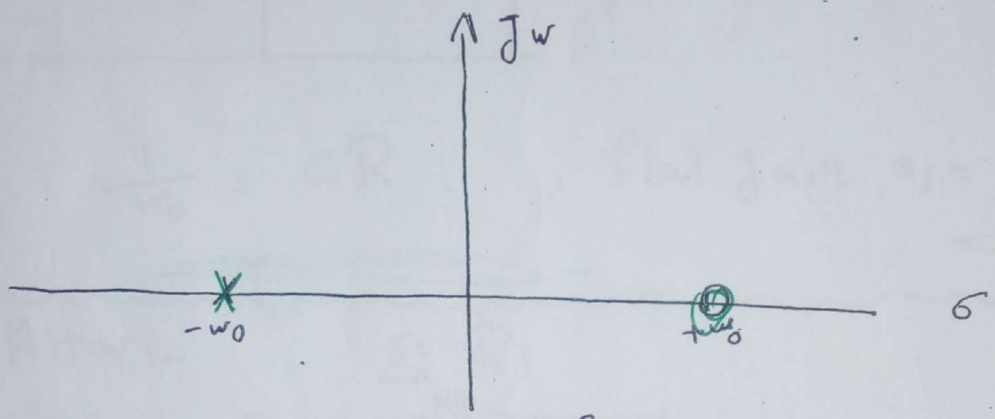
Scanned by CamScanner

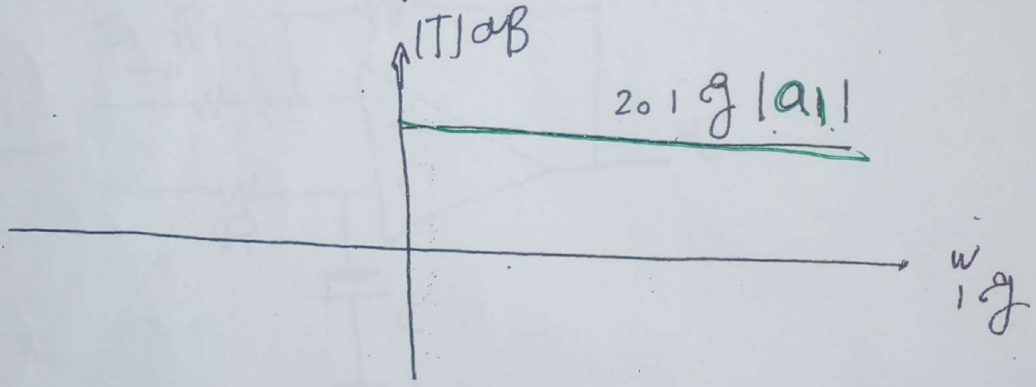
all pass filter

general.

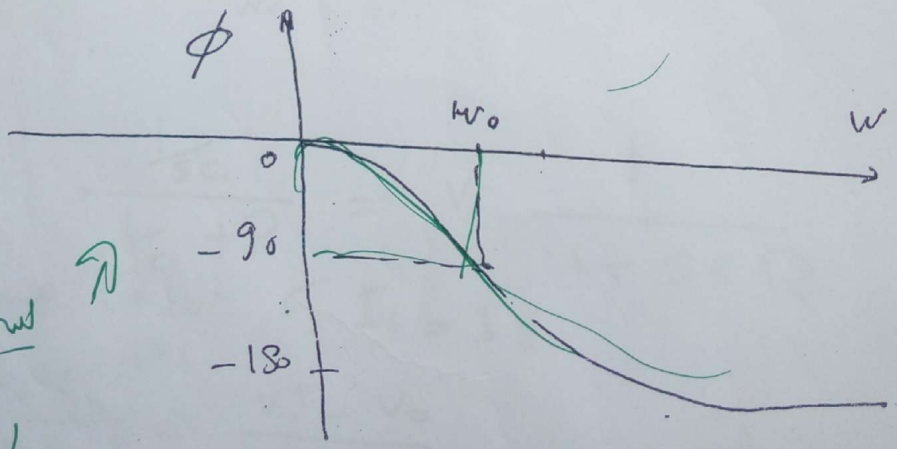
$$T(s) = -a_1 \frac{s - w_0}{s + w_0}$$

Poles at $s = -w_0$, zero's at $s = w_0$





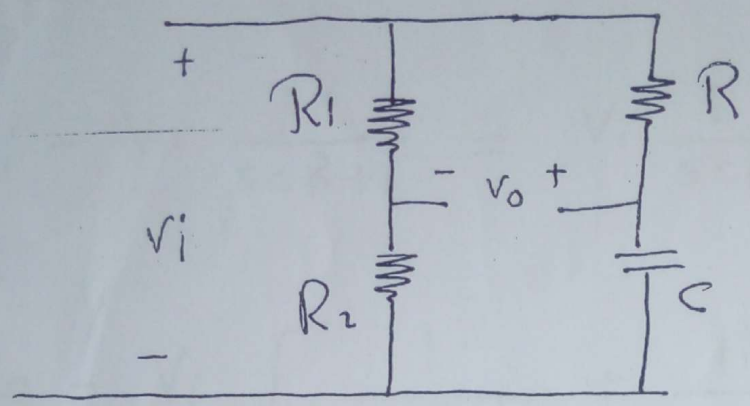
and phase



يسمى الطور لهذا الفلتر

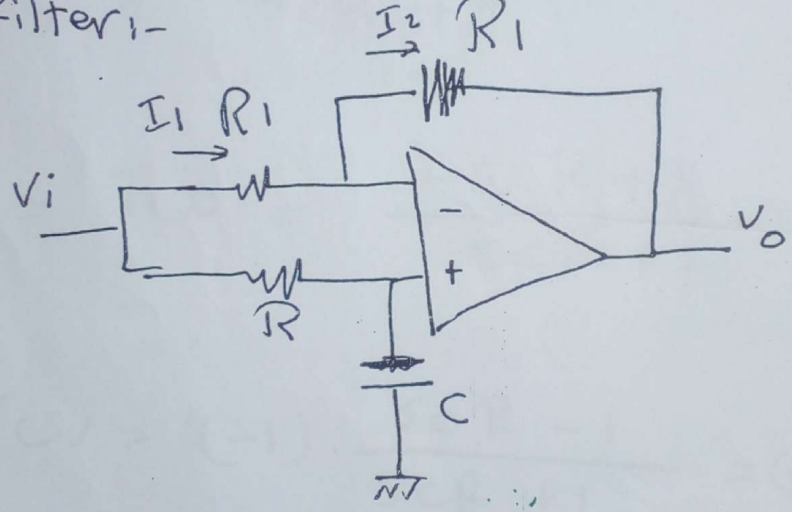
Variable phase buffer

a) Passive



$\frac{1}{\omega_0} = CR$, flat gain $a_1 = 0.5$

active filter:-



$$v^+ = V_i \frac{\frac{1}{sC}}{\frac{1}{sC} + R} = V_i \frac{1}{1 + sCR}$$

From ideal op-Amp $v^+ = v^-$ & $I_1 = I_2$

$$\frac{V_i - v^+}{R_1} = \frac{v^+ - V_o}{R_1}$$

Scanned by CamScanner

$$V_i - V^+ = V^+ - V_o$$

$$V_i - V_i \frac{1}{sCR+1} = V_i \frac{1}{sCR+1} - V_o$$

$$V_o = V_i \left[\frac{1}{sCR+1} + \frac{1}{sCR+1} - 1 \right]$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{2 - sCR - 1}{sCR + 1}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = T(s) = \frac{-sCR + 1}{sCR + 1}$$

$$T(s) = (-1) \frac{sCR - 1}{sCR + 1} = (-1) \frac{s - \frac{1}{CR}}{s + \frac{1}{CR}}$$

$$\therefore \omega_o = \frac{1}{CR} \qquad a_1 = +1$$

Scanned by CamScanner

Two terminal LC Network synthesis

في الجزء السابقة تعرفنا على الانواع المختلفة لـ filter من الـ first order
و كيفية ايجاد الـ $T(s)$ لها وكذلك في هذا الجزء سوف نتعرف على كيفية
اذا اعطينا $Z(s)$ او $y(s)$ لـ filter كيف نقوم بتمثيلها
بواسطة L C R C L .

⇒ for a given impedance fn $[Z(s)]$ or admittance $y(s)$
They can be implemented or realized but they must
satisfied the following condition
و لابد كي يتم تنفيذ $Z(s)$ او $y(s)$ لابد و ان يتحقق الشروط التالية .

⇒ Condition for realization $Z(s)$ or $y(s)$:-

(1) Two Polyminals نسبة بين $Z(s)$ او $y(s)$ لابد و ان تكون
1- لابد و ان تكون m = order $Q(s)$ و التي n = order $P(s)$

$$Z(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{\text{even order (Poly}}{\text{odd Poly}} \text{ or } \frac{\text{odd (Poly)}}{\text{even (Poly)}}$$

Positive
real ← لابد و ان تكون Two Poly.
← و معاملات الـ
← و كذلك تختلف درجة m عن n او الـ n عدد m بمقدار
1

Scanned by CamScanner

Ex : $Z(S) = \dfrac{(S^2+1)(S^2+9)}{S(S^2+4)} = \dfrac{S^4 + 10S^2 + 9}{S^3 + 4S} = \dfrac{\text{even}}{\text{odd}}$

(Positive real) (Positive real)

[2] $Z(Jw) = 0 + J\,X(w)$

• it has no real Part and it is Pure imag.

[1] $X(w)$ is odd function

$X(-w) = -X(w)$.

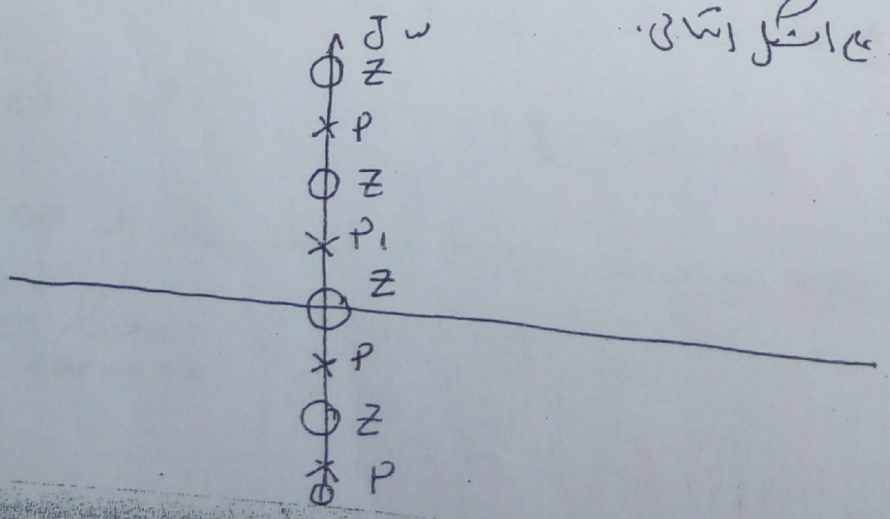
poles ... zeros ... zeros ... pole

[3] a) All the Poles and zero's of $Z(s)$ are simple and in conjected Pairs and lie on Jw axis

Critical frequencies poles ... alternative zeros

b) Poles and zero's must be alternate along the Jw axis of s-Plane

c) they must be either Pole or zero at $w=0$ or $w=\infty$



Scanned by CamScanner

Example check if the following Fn (impedance) Z(s) can be realized or not

$$Z(s) = \frac{(s^2+1)(s^2+9)}{s(s^2+4)}$$

Solution:-

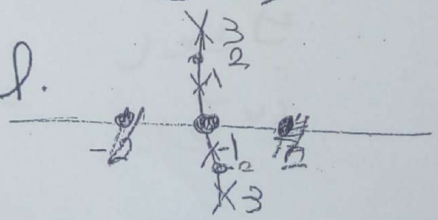
لا بدون ما تقاطر بالشروط السابقة

$$Z(s) = \frac{s^4 + 10s^2 + 9}{s^3 + 4s} = \frac{\text{even}}{\text{odd}}$$

1) لازم يختلفوا في 2 Poly بس بنية يكبر

a) $n = 4$ (zero's) $m = 3$ (poles) differ by = 1

b) all cofficient Positive real.



(poles بدي اوجد)

2) Poles at $s = 0$ $s = \pm j2$

Zero's at $s = \pm j1$ $s = \pm j3$

بدي اشيك على الـ ∞ هل هي Zero's او Poles

$$Z(\infty) = \lim_{s \to \infty} \frac{s^4 + 10s^2 + 9}{s^3 + 4s}$$

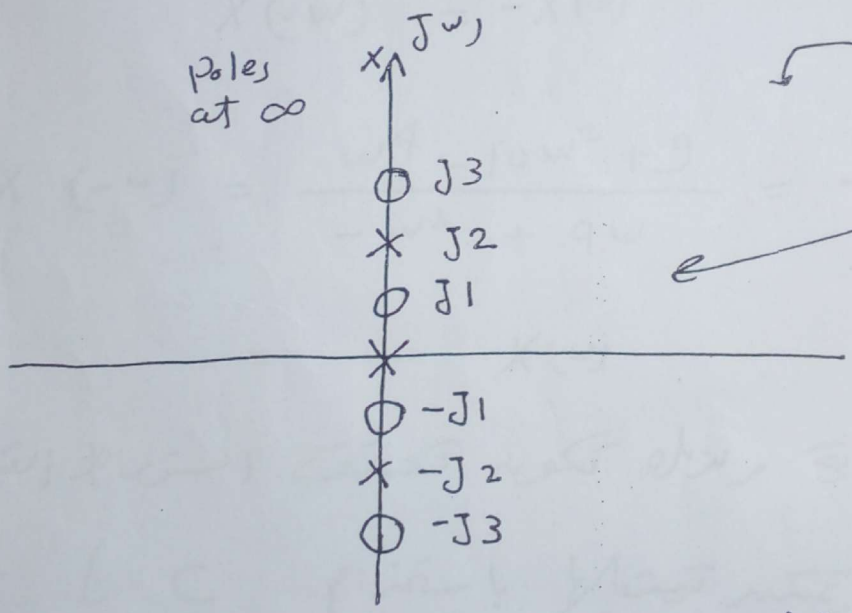
Scanned by CamScanner

نقسم المعادلة على s^4 أو نفاضل البسط والمقام بالنسبة لـ s

$$Z(\infty) = \lim_{s \to \infty} \frac{1 + \frac{10}{s^2} + \frac{9}{s^4}}{\frac{1}{s} + \frac{4}{s^3}} = \frac{1}{0} = \infty$$

يعني ذلك وجود Poles عند $Z(j\omega) = \infty$

أو يمكن أخذ بعين الاعتبار معادلة Z أنه درجة البسط s هي 4 أي أنه يوجد 4 Zeros (أصفار) ودرجة المقام (3 =) أي يوجد 3 Poles ونزل يكون عدد الـ Zeros أكبر عدد الـ Poles نزلها لأنه يوجد Poles عند ∞ حتى يكون Zeros = Poles



← وهي كل زلها

← متبادلين على محور ($j\omega$)

يحقق الشرط الثاني

الشرط الثالث

(3) $$Z(j\omega) = \frac{(j\omega)^4 + 10(j\omega)^2 + 9}{(j\omega)^3 + 4(j\omega)}$$

Scanned by CamScanner

$$Z(jw) = \frac{w^4 - 10w^2 + 9}{jw^3 + 4jw}$$

$$Z(jw) = j \frac{w^4 - 10w^2 + 9}{+w^3 - 4w}$$

$X(w)$

Pure imaginary.

and $X(w)$ must by satisfied

$$X(-w) = -X(w)$$

$$X(-w) = \frac{w^4 - 10w^2 + 9}{-w^3 + 4w} = -\frac{w^4 - 10w^2 + 9}{w^3 - 4w}$$

$$= - X(w)$$

∴ الدالة فردية وبذلك تكون تحققت استوفت الشروط

وبذلك يمكن تمثيلها باستخدام L C

Methods of synThesis

- Foster
  - Foster I — [implement $Z(s)$]
  - Foster II — [implement $Y(s)$]
- Couer
  - Cour I — عندما تكون دالة ابسط نظام دالة اتمم
    البسط ← $n > m$ → المقام
    or Poles at ∞
  - Couer II — لابد يكون S مفردة في البسط
    أي وجود pole عند الصفر

Foster I Form:- $Z(s)$

- it is used To synthesize the impedance fn $Z(s)$ using Partial fraction [كسور جزئية] of $Z(s)$.

if

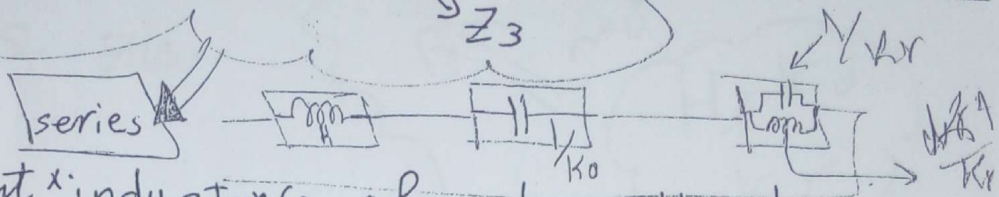
$$Z(s) = \frac{H(s^2+w_{z1}^2)(s^2+w_{z2}^2)(s^2+w_{z3}^2)}{(s^2+w_{p1}^2)(s^2+w_{p2}^2)(s^2+w_{p3}^2)}$$

by Partial fraction ↙

Scanned by CamScanner

$$Z(s) = H \cdot s + \frac{K_0}{s} + \sum_{r=1}^{n} \frac{K_r s}{s^2 + w_r^2}$$

Z_1 Z_2 Z_3



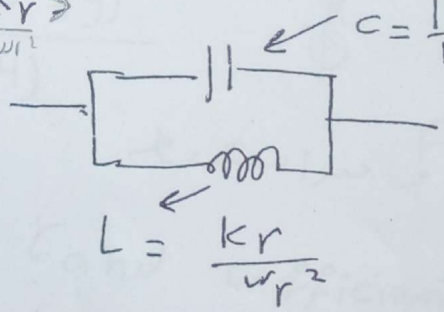
$Z_1 \Rightarrow$ represent inductance of $L = H$ henery.
and is present if there is apoles at ∞.

$Z_2 \rightarrow \frac{K_0}{s}$ it represent a series capacitance and ($C = \frac{1}{K_0}$) and present if there is apoles at 0

$Z_3 \rightarrow \frac{K_r s}{s^2 + w_r^2} = \frac{s}{\frac{1}{K_r} s + \frac{w_r^2}{K_r s}}$ represent Parallel.

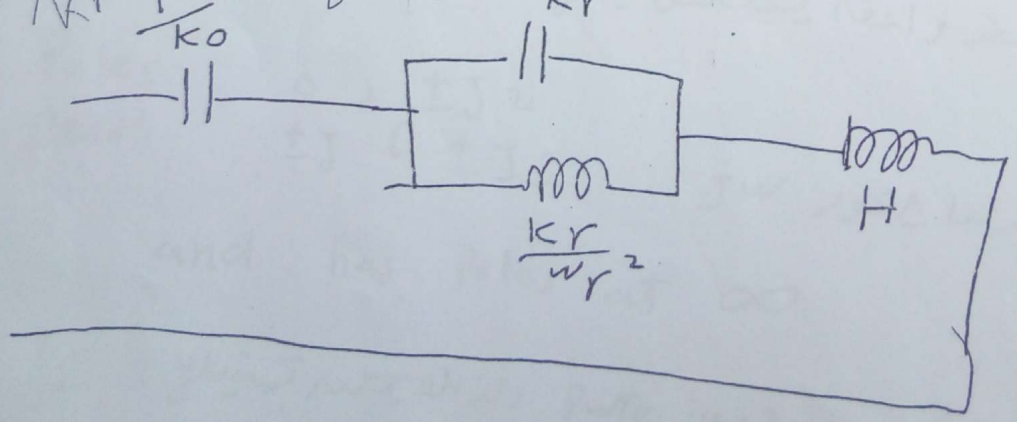
كثف ← $\frac{1}{K_r}$, حث ← $\frac{K_r s}{w_r^2}$

Tank circuit



$= \frac{1}{\frac{K_r}{s} + \frac{K_r s}{w_r^2}}$

$C = 1/K_r$ $\frac{1}{K_0}$ $L = \frac{1}{K_r}$ $\frac{K_r}{w_r^2}$



وتكون اسارة

Scanned by CamScanner

$$H = \lim_{s \to \infty} \frac{Z(s)}{s}$$

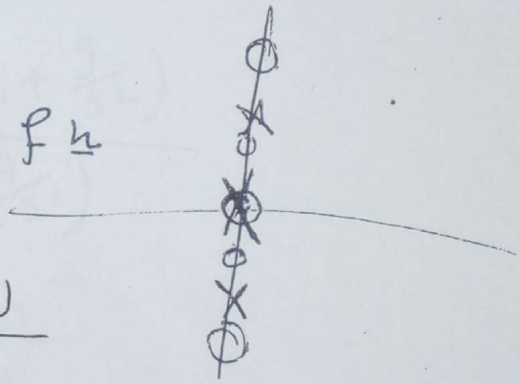
$$K_0 = \lim_{s \to 0} s \cdot Z(s)$$

$$K_r = \lim_{s^2 = -w_r^2} (s^2 + w_r^2) \frac{Z(s)}{s}$$

لتحديد قيمة كل من

H, K0, Kr

Example :- realize the impedance function



$$Z(s) = \frac{(s^2+1)(s^2+9)}{s(s^2+4)}$$

$$Hs + \frac{k_0}{s} + \frac{k_r}{s^2+w_{r2}}$$

① the $Z(s) = \frac{\text{even}}{\text{odd}}$ and coefficient real and Positive and

② Poles $0, \pm j2$

Zero's $\pm j$ & $\pm j3$

and has Poles at ∞

⑤ LC - يتكون من عناصر مثالية فقط Pure imag.

$$\therefore Z(s) = H \cdot s + \frac{k_0}{s} + \frac{k_1 s}{s^2+4}$$

$$\left(Z(s) = \frac{(s^2+1)(s^2+9)}{s(s^2+4)} \right.$$

To find

$$H = \lim_{s\to\infty} \frac{Z(s)}{s} = \lim_{s\to\infty} \frac{(s^2+1)(s^2+9)}{s^2(s^2+4)}$$

$$= \lim_{s\to\infty} \frac{(1+\frac{1}{s^2})(1+\frac{9}{s^2})}{(1+\frac{4}{s^2})}$$

To find k_0

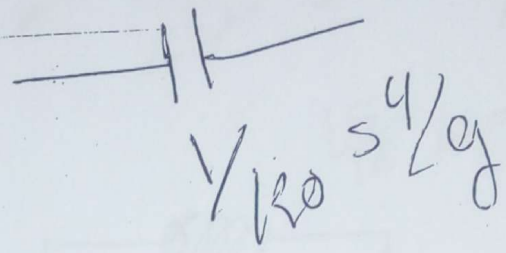
$$k_0 = \lim_{s\to\infty} s \cdot Z(s)$$

$$= \lim_{s\to\infty} \frac{s(s^2+1)(s^2+9)}{s(s^2+4)}$$

Scanned by CamScanner

$$= \lim_{s \to 0} \frac{(s^2+1)(s^2+9)}{s^2+4}$$

$$k_0 = \frac{9}{4}$$

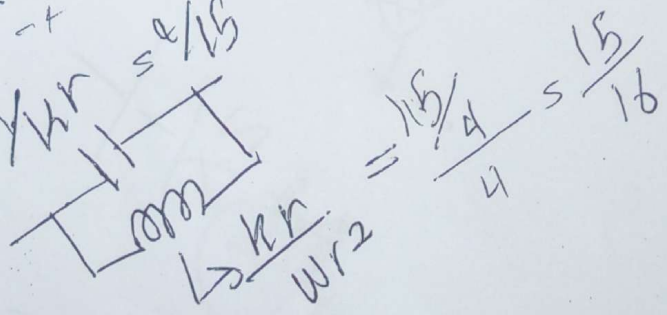


$$k_r = \lim_{s^2=-4} (s^2+4) \frac{Z(s)}{s}$$

$$= \lim_{s^2=-4} (s^2+4) \frac{(s^2+1)(s^2+9)}{s^2(s^2+4)}$$

$$= \lim_{s^2=-4} \frac{(s^2+1)(s^2+9)}{s^2}$$

$$= \frac{15}{4}$$



$$\therefore Z(s) = 1 \cdot s + \frac{9/4}{s} + \frac{15/4\, s}{s^2+4}$$

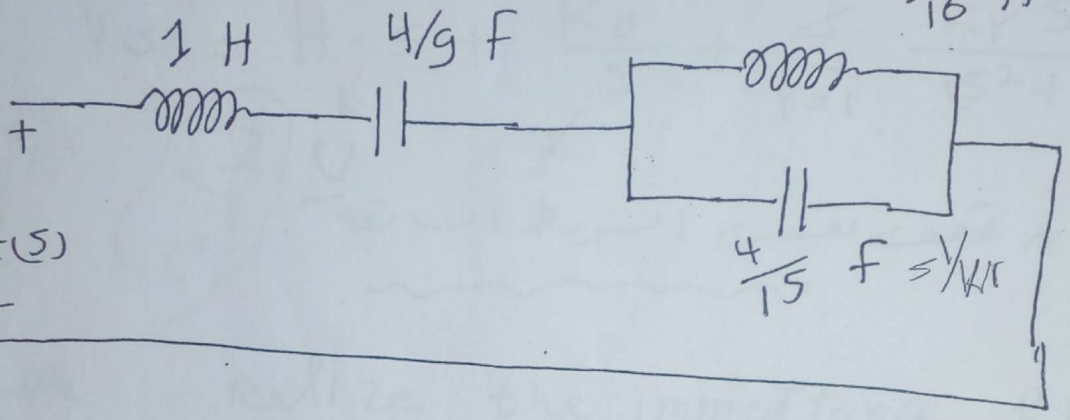
Cdr

Scanned by CamScanner

$$Z(s) = 1\cdot S + \frac{1}{\frac{4}{9}S} + \frac{1}{\frac{4}{15}S + \frac{16}{15}S}$$

ملف — مكثف — مكثف — ملف

$\frac{15}{16}$ H = [illegible]



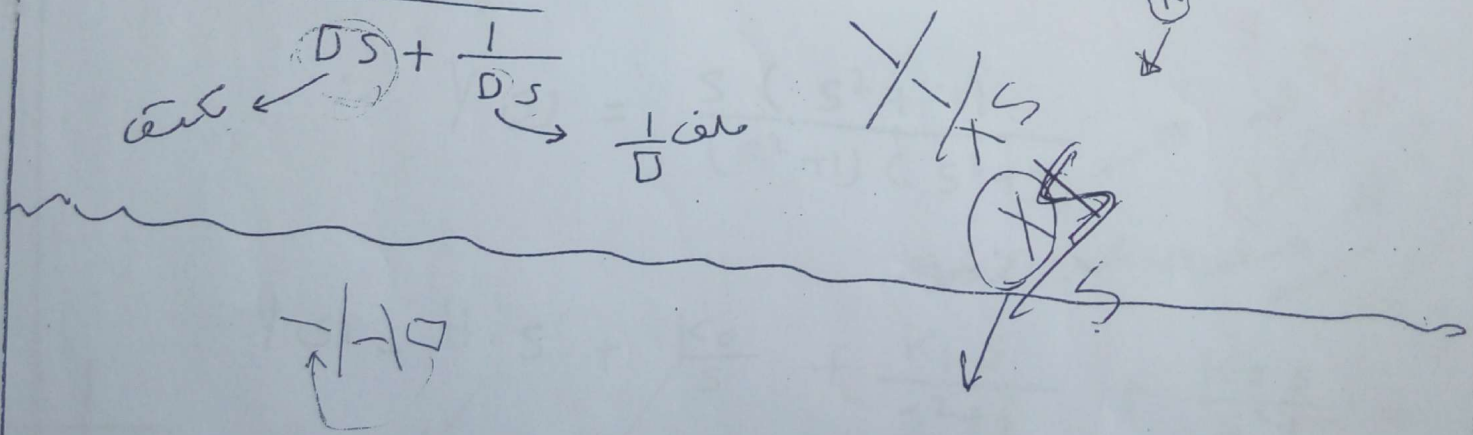
[illegible]

□ S → ملف

$\frac{1}{□S}$ ⇒ مكثف

$\frac{1}{\frac{1}{□S} + \frac{1}{□S}}$

مكثف ← $\frac{1}{□S}$ → $\frac{1}{□}$ ملف



Scanned by CamScanner

Foster II For LC Networks

- used to realize the admittance fn $Y(s) = \frac{1}{Z(s)}$

$$Y(s) = H \cdot s + \frac{K_0}{s} + \sum_{r=1}^{n} \frac{K_r s}{(s^2 + \omega_r^2)}$$

وكل بدون تحقق شرط البقية

Example realize the immittance fn

$$Z(s) = \frac{(s^2+1)(s^2+9)}{s(s^2+4)}$$ using foster II

Solution

$$\therefore Y(s) = \frac{s(s^2+4)}{(s^2+1)(s^2+9)}$$

بعد ايجاد المعاوقة الجزئية.

$$Y(s) = H \cdot s + \frac{K_0}{s} + \frac{K_1 s}{s^2+1} + \frac{K_2 s}{s^2+9}$$

$\frac{1}{\frac{s}{K_1} + \frac{1}{K_1 s}}$, $C = \frac{1}{K_1}$, K_1

$Y = Y_1 + Y_2$

$\frac{1}{\frac{s}{K_r} + \frac{\omega_r^2}{K_r s}}$

$$H = \lim_{s\to\infty} \frac{Y(s)}{s} = \lim_{s\to\infty} \frac{(s^2+4)}{(s^2+1)(s^2+9)}$$

$$= \lim_{s\to\infty} \frac{s^2+4}{s^4+10s^2+9}$$

$$= \lim_{s\to\infty} \frac{\frac{1}{s^2}+\frac{4}{s^4}}{1+\frac{10}{s^2}+\frac{9}{s^4}}$$

$$\boxed{H = 0}$$

ملاحظة
وكما إذا كانت درجة البسط أقل من درجة المقام
$H = 0$ تكون $X_C = \infty$
لا يوجد مكثف

To find

$$K_0 = \lim_{s\to 0} s\,Y(s) = \lim_{s\to 0} \frac{s^2(s^2+4)}{(s^2+1)(s^2+9)} = 0$$

ملاحظة تكون $K_0 = 0$ إذا كان (لا يوجد) ليس هناك s مفردة في المقام

$$K_1 = \lim_{s^2 \to -1} (s^2+1)\,\frac{Y(s)}{s}$$

$$= \lim_{s^2=-1} (s^2+1)\,\frac{s(s^2+4)}{s(s^2+1)(s^2+9)}$$

$$= \lim_{s^2=-1} \frac{s^2+4}{s^2+9} = \boxed{\frac{3}{8}}$$

$$K_2 = \lim_{s^2 \to -9} (s^2+9)\,\frac{Y(s)}{s}$$

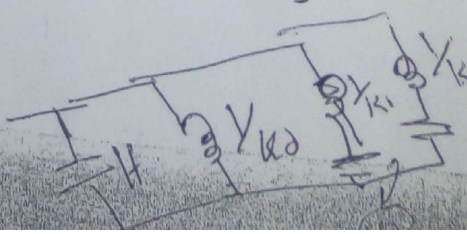
$$= \lim_{s^2=-9} \frac{s^2+4}{s^2+1} = \boxed{\frac{5}{8}}$$

$Y(s)$ ను వ్యవకలనరూపంలో.

$$\therefore Y(s) = \frac{K_1 s}{s^2+1} + \frac{K_2 s}{s^2+9}$$

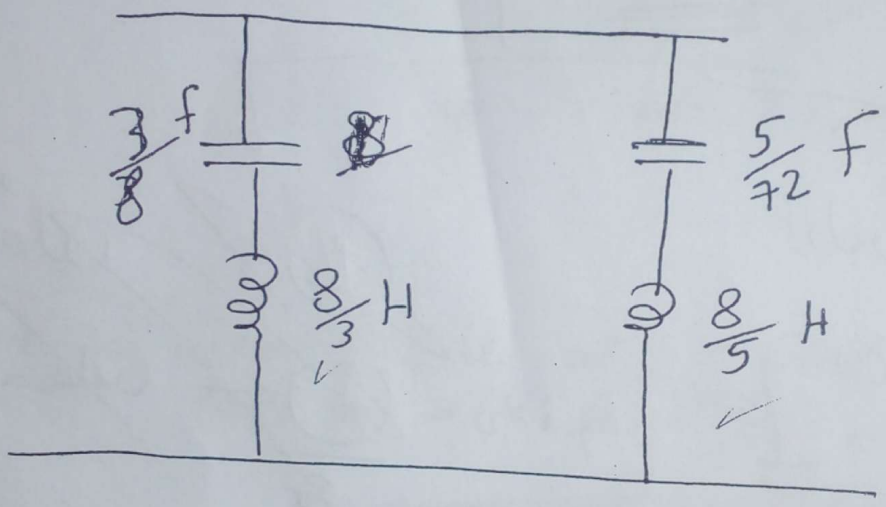
$$= \frac{1}{\frac{1}{K_1}s + \frac{1}{K_1 s}} + \frac{1}{\frac{1}{K_2}s + \frac{9}{K_2 s}}$$

$L_1 = \frac{1}{K_1}$, $C_1 = K_1$, series, $L_2 = \frac{1}{K_2}$, $C_2 = K_2$



Scanned by CamScanner

$$Y(s) = \underbrace{\frac{1}{\frac{8}{3}s + \frac{1}{\frac{3}{8}s}}}_{Z_1} + \underbrace{\frac{1}{\frac{8}{5}s + \frac{1}{\frac{5}{72}s}}}_{Z_2}$$



$$Z_1 = \frac{8}{3}s + \frac{1}{\frac{3}{8}s}$$

$$Z_2 = \frac{8}{5}s + \frac{1}{\frac{5}{72}s}$$

Scanned by CamScanner

Couer synthesis of LC Networks

both $Z(s)$ and $y(s)$ can be realized as LC Networ using Couer must be satisfy the previous (3) condition.

يجب أن يتحقق الشروط السابقة الثلاثة .

Couer I:- "Remove Pole at $s = \infty$"

شرط لا بد أن يكون درجة البسط أعلى من درجة المقام

حيث الـ Pole الناتجة للتأكد أن الـ Pole عند ∞

⇒ for given f^n $Z(s)$ or $y(s)$ To be realized using Couer I, the degree of The denominator must be greater than the numenator

البسط المقام

وعندما يكون درجة البسط أعلى من درجة المقام لذلك يكون عندها لا نهاية كبيرة من الـ Poles عند ∞

So it has Poles at $s = \infty$, So This method aim To remove the pole at infinity by continued fraction expansion

إزالة الـ Poles الموجودة عند ∞

Scanned by CamScanner

إزالة الـ Pole الموجود عند ∞.

← وذلك يتطلب دائمًا أن درجة البسط أعلى من درجة المقام وبذلك فإنه بعد إزالة هذه تكون درجة البسط أقل من درجة المقام وبذلك نقلبها لأن $Y(s)$ هي تكون درجة البسط أعلى من درجة المقام مرة أخرى ويصبح هناك Poles عند ∞ وهكذا حتى نصل إلى الصفر.

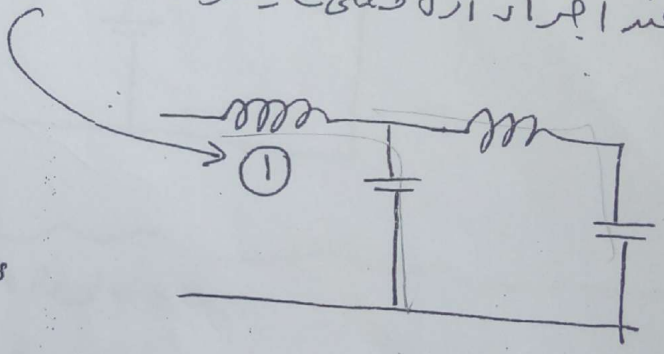
ملحوظة

NoTe

for given fn $Z(s)$

FirsT element

عند إجراء أول قسمة يكون أول عنصر توالي



• if $Z(s)$ has Poles at ∞

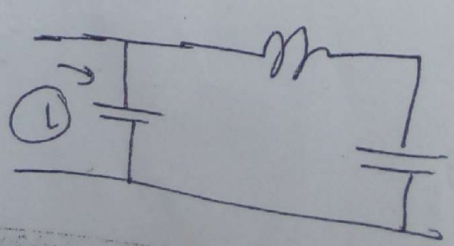
the first element is series

"Conductor"

⇒ if $Z(s)$ has zero's at ∞ ⇒ the first element is Parallel "Capacitor"

$Y(s) =$

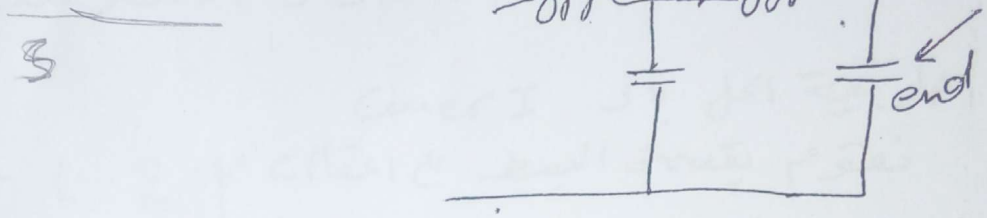
عندما تكون درجة البسط أقل من درجة المقام نقلبها لأن $Y(s)$ وتسمى بـ Cauer I



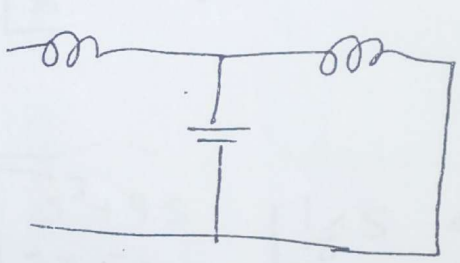
Scanned by CamScanner

last element

- if $Z(s)$ has poles at $0 \rightarrow$ last element is capacitor



- if $Z(s)$ has zero at $s = 0 \Rightarrow$ last element is inductor



Example :- realized the impedance

$$Z(s) = \frac{(s^2+1)(s^2+9)}{s(s^2+4)}$$

using Cour I

solution:-

Scanned by CamScanner

أولاً لابد من التحقق من الشروط التالية (نلاحظ أنها متحققة)

- ولابد من التحقق أن درجة البسط أعلى من درجة المقام.

البسط $n=4$ > المقام $m=3$

← نلاحظ أنه يوجد عدد أصفار Zeros أكثر من عدد أقطاب Poles ولا يوجد أقطاب Poles عند الصفر ولذلك يكون أدنى ضلع وفي السؤال.

طريقة الحل بال Cauer I

نقوم بقسمة البسط على المقام

$$Z(s) = \frac{s^4+10s^2+9}{s^3+4s}$$

1	s^3+4s	s^4+10s^2+9
		$-s^4-4s^2$

والباقي نأخذه ونكمل

ملف $Z_1 = s$

$\frac{1}{6}s$	s^3+4s	$6s^2+9$
		$-s^3-\frac{9}{6}s$

كثف $Y_1 = \frac{1}{6}s$

ملف $Z_2 = \frac{12}{5}s$

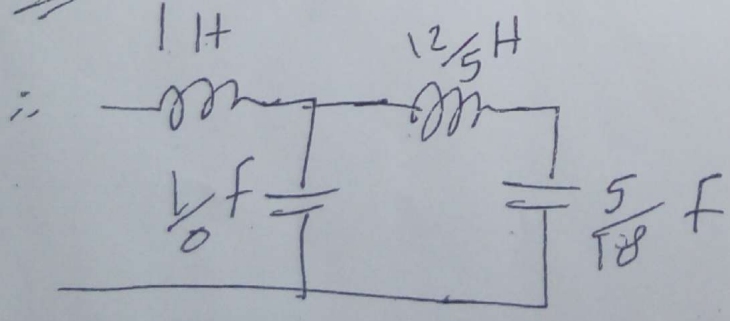
$\frac{12}{5}s$	$6s^2+9$	$\frac{15}{6}s$
		$6s^2$

كثف Y_2

$\frac{5}{18}s$	$\frac{15}{6}s$	9
		$\frac{15}{6}s$

والباقي $= 0$

Ladder circuit



#

Scanned by CamScanner

Couer II For Lc Network

or Couer II remove Pole at the origin "S=0"

وكما ذكرنا سابقاً لكي نقوم باستخدام Couer II لتغيير Z(s) أو Y(s) لابد وأن تكون هناك s مفردة في المقام أو أن يكون هناك Poles عند w=0 حتى ولو كانت درجة البسط أعلى من درجة المقام. أو العكس.

Example:- Realize the fn $Z(s) = \frac{(s^2+1)(s^2+9)}{s(s^2+4)}$

using Couer II

Solution لابد من التأكد أن هناك s مفردة في المقام.

$$Z(s) = \frac{s^4+10s^2+9}{s^3+4s}$$

شروط وخطوات الحل بال Couer II

"2 بنا"

1- لابد وأن تكون هناك s مفردة في المقام

2- نرتب البسط والمقام ترتيب تصاعدي ثم نقسم وأيهما سيكون هناك s في المقام حتى يتم إزالة Poles عند الـ origin =0

Scanned by CamScanner

$4S+S^3 \;|\; 9+6S^2+S^4 \;|\; \frac{9}{4S}$ ← Z_1 عبارة سكتف

$9+\frac{9}{4}S^2$

$c = \frac{4}{9}$

$\frac{31}{4}S^2+S^4 \;|\; 4S+S^3 \;|\; \frac{16}{31S}$ ← Y_1 ملف

$4S+\frac{16}{31}S^3$

$L = \frac{31}{16}$ H

$\frac{15}{31}S^3 \;|\; \frac{31}{4}S^2+S^4 \;|\; \frac{(31)^2}{60S}$ ← Z_1 سكتف

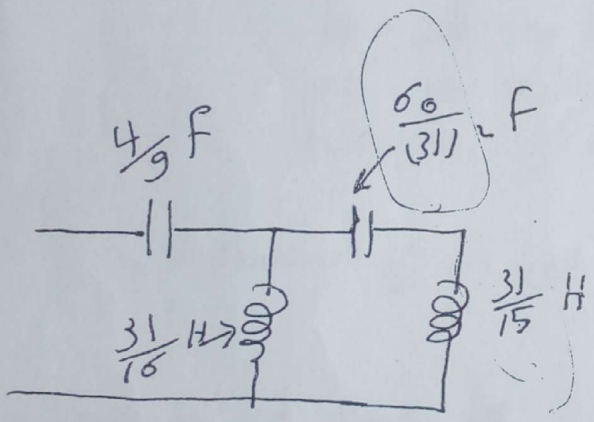
$c = \frac{60}{(31)^2}$

$\frac{31}{4}S^2$

$S^4 \;|\; \frac{15}{31}S^3 \;|\; \frac{15}{31S}$ ← Y_2 ملف

$\frac{15}{31}S^3$

0



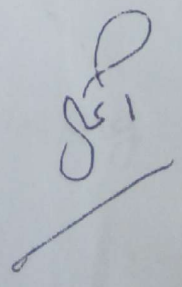
Example : 2:-

$$Z(s) = \frac{36s^4+18s^2+1}{18s^3+6s}$$

$$Z(s) = \frac{36s^4+18s^2+1}{s(18s^2+6)}$$

← نقسم على s

2



RC Network synthesis

بعد ما قمنا بالتعرف على كيفية عمل Design لـ Filter : تتراوح LC
نقوم الآن بالتعرف على كيفية عمل Design لـ Filter : تتراوح RC

⇒ for impedance fn $Z(s)$ to be synthesized as RC Network it must have the following properities.

1. $Z(s) = \frac{P_n(s)}{q_n(s)}$ · 2 Poly تكون اي Z نسبة بين

• and all the Poles and Zero's of $Z(s)$ are on -ve real Part (mean σ) of the S-Plane [$S_k = -\sigma_k$) and $Jw = 0$

· S-domine لـ σ تقع على محور الـ Poles يكون جميع الـ

الأقرب

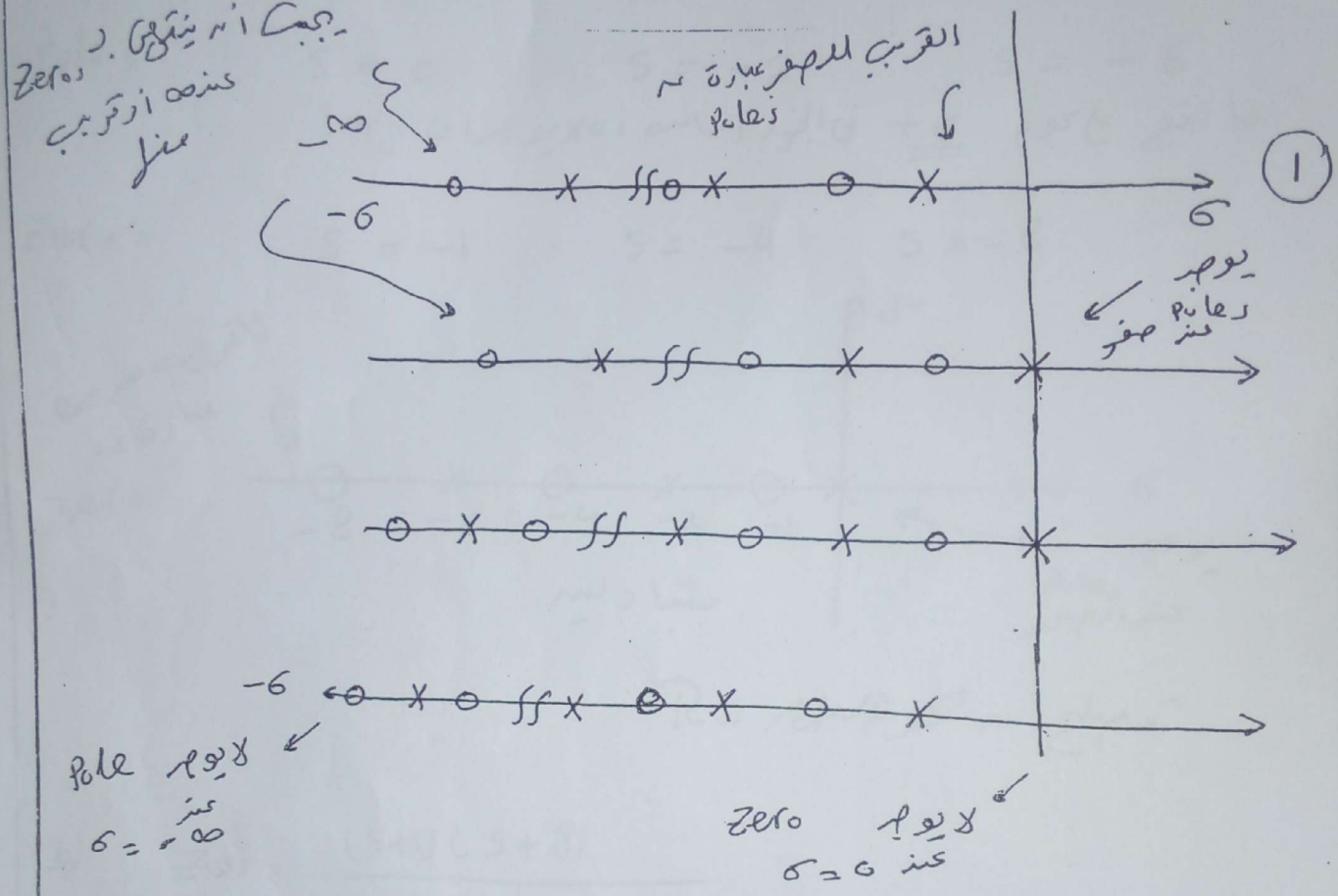
2. • There is no Zero at $\sigma = 0$
لا يقع أي Zero عند $\sigma = 0$ (نقطة الأصل) أو قريب منها. أي يكون القريب
• and There is no Pole at $(\sigma = \infty)$ هو الـ Pole أو يقع أقرب Poles عند الصفر
عند ∞ أو قريب منها. أي يكون هناك Zeros
ولا يقع Poles عند الـ ∞ أو الأقرب لـ ∞ هو Zero

3. the Poles and Zeros are interlacing.

HEBA DAOOOD ENg * BoBa

Scanned by CamScanner

وفي الأشكال التالية سوف نستعرض جميع الاحتمالات التي يمكن أن يتواجد عليها الـ poles والـ zero's



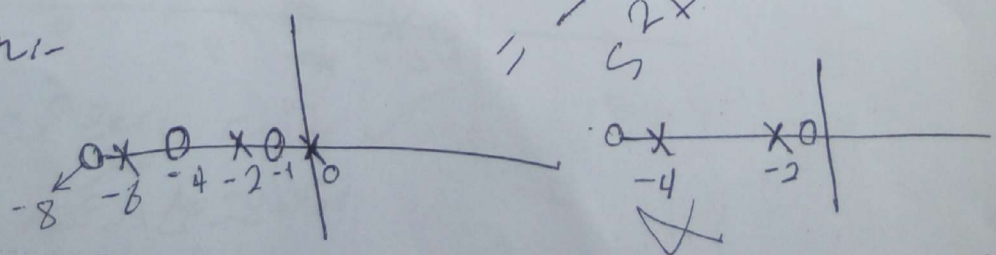
Example:- which fn are RC Network:-

a) $Z(s) = \frac{(s+1)(s+4)(s+8)}{s(s+2)(s+6)}$

b) $Z(s) = \frac{(s+1)(s+8)}{(s+2)(s+4)}$

$s^2 + as + b$ / $s^2 + bs + 1$

Solution:-



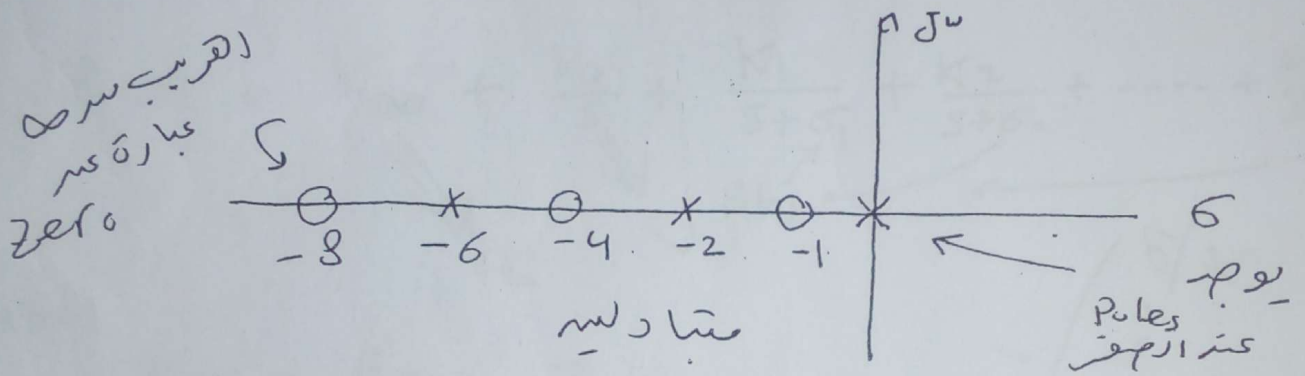
Scanned by CamScanner

a) $Z(s) = \dfrac{(s+1)(s+4)(s+8)}{s(s+2)(s+6)}$

Poles $s = 0$ $s = -2$ $s = -6$

Img. أي يوجد أنابيب في الجزء السالب -6 كما تقع على المحور

Zero's $s = -1$ $s = -4$ $s = -8$

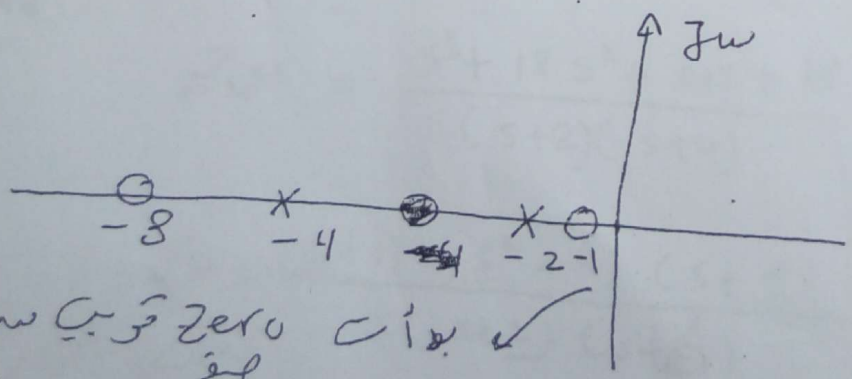


RC تحقق الشرط لأنه تكوين

b) $Z(s) = \dfrac{(s+1)(s+8)}{(s+2)(s+4)}$

Poles : $s = -2$ $s = -4$

zeros $s = -1$ $s = -8$



بما أن Zero تقريباً صفر

RC تحقق الشرط لأنه تكوين

Scanned by CamScanner

وفي الجزء القادم سوف نقوم بالتعرف على كيفية تصميم Rc بالتفصيل

(a) Foster I for Rc Network

→ it must be impedance fn $Z(s)$ لابد وان تكون $Z(s)$

$$Z(s) = K_\infty + \frac{K_0}{s} + \frac{K_1}{s+\sigma_1} + \frac{K_2}{s+\sigma_2} + \cdots + \frac{K_i}{s+\sigma_i}$$

Poles

and

$$K_\infty = \lim_{s\to\infty} Z(s)$$

$$K_0 = \lim_{s\to 0} s \cdot Z(s)$$

$$K_i = \lim_{s=-\sigma_i} (s+\sigma_i)\,(Z(s))$$

Example:-

$$Z(s) = \frac{s^3 + 12s^2 + 30s + 16}{s(s+2)(s+4)}$$

using Foster I

Solution

$$Z(s) = \frac{(s+1)(s^2+4)(s+8)}{s(s+2)(s+4)}$$

كعقب هذا النوع تماسيم

Scanned by CamScanner

$$Z(s) = K_\infty + \frac{K_0}{s} + \frac{K_1}{s+2} + \frac{K_2}{s+4}$$

$$K_\infty = \lim_{s\to\infty} \frac{s^3+12s^2+30s+16}{s(s+2)(s+4)}$$

$$= \lim_{s\to\infty} \frac{s^3+12s^2+30s+16}{s^3+6s^2+8s}$$

$$= \lim_{s\to\infty} \frac{1+\frac{12}{s}+\frac{30}{s^2}+\frac{16}{s^3}}{1+\frac{6}{s}+\frac{8}{s^2}} = 1$$

$$K_0 = \lim_{s\to 0} s\cdot Z(s) = \lim_{s\to 0} \frac{s^3+12s^2+30s+16}{(s+2)(s+4)} = 2$$

$$K_1 = \lim_{s=-2} (s+2)\frac{s^3+12s^2+30s+16}{s(s+2)(s+4)}$$

$$= \frac{-8+48-60+16}{-2*2} = \frac{-4}{-4} = 1$$

$$K_2 = \lim_{s=-4} (s+4)\frac{s^3+12s^2+30s+16}{s(s+2)(s+4)} = \frac{-64+192-120+16}{-4*-2} = 3$$

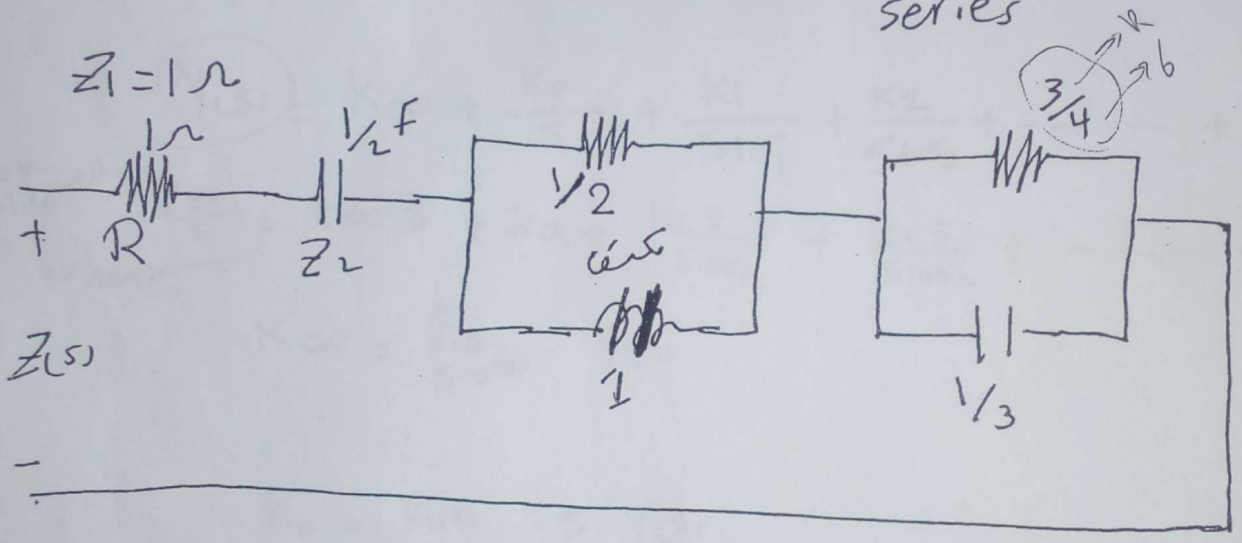
Scanned by CamScanner

$$\therefore Z(s) = 1 + \frac{2}{s} + \frac{1}{s+2} + \frac{3}{s+4}$$

$$Z(s) = 1 + \frac{1}{\frac{1}{2}s} + \frac{1}{s+2} + \frac{1}{\frac{1}{3}s + \frac{4}{3}}$$

$$Z(s) = Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4$$

series



$$Z_3 = \frac{1}{s+2} = \frac{1}{Y_3} \qquad \therefore Y_3 = s+2$$

$$Z_4 = \frac{1}{\frac{1}{3}s + \frac{4}{3}} = \frac{1}{Y_4} \qquad Y_4 = \frac{1}{3}s + \frac{4}{3}$$

Scanned by CamScanner

Foster II for Rc Network

يمكن نقوم باستخدام Foster II لابد وان تكون الدالة على صورة الـ $Y(s)$

and then

$$Y(s) = K_\infty + \frac{K_0}{s} + \frac{K_1}{s+\sigma_1} + \frac{K_2}{s+\sigma_2} + \cdots\cdots + \frac{K_i}{s+\sigma_i}$$

او على صورة $\frac{Y(s)}{s}$

$$\frac{Y(s)}{s} = K_\infty s + K_0 + \frac{K_1 s}{s+\sigma_1} + \frac{K_2 s}{s+\sigma_2} + \cdots + \frac{K_i s}{s+\sigma_i}$$

where

$$K_\infty = \lim_{s\to\infty} Y(s)$$

$$K_0 = \lim_{s\to 0} s\,Y(s)$$

$$K_i = \lim_{s=-\sigma_i} (s+\sigma_i)\,Y(s)$$

Example:- realize the impedance fn $Z(s) = \frac{(s+1)(s+3)}{s^3+10s^2+17s+6}$

using foster II

solution

يمكن نعمل Design باستخدام الـ Foster II لابد وان تكون الدالة على شكل

- $Y(s)$ الـ

$$Y(s) = \frac{1}{Z(s)} = \frac{s^3 + 10s^2 + 17s + 6}{(s+1)(s+3)}$$

$$\therefore Y(s) = K_\infty + \frac{K_0}{s} + \frac{K_1 s}{s+1} + \frac{K_2 s}{s+3}$$

$$\because K_\infty = \lim_{s \to \infty} Y(s)$$

$$= \lim_{s \to \infty} \frac{s^3 + 10s^2 + 17s + 6}{s^2 + 4s + 3}$$ Residue Theorem

$$+$$

$$K_\infty = \lim_{s \to \infty} \frac{s + 10 + 17/s + 6/s^2}{1 + 4/s + 3/s^2} = \infty$$

$$K_0 = \lim_{s \to 0} s \cdot Y(s) = \lim_{s \to 0} \frac{s(s^3 + 10s^2 + 17s + 6)}{(s+1)(s+3)} = 0$$

$$K_1 = \lim_{s \to -1} (s+1) \frac{s^3 + 10s^2 + 17s + 6}{(s+1)(s+3)}$$

$$K_1 = \frac{-1 + 10 - 17 + 6}{2} = \boxed{-1}$$

Scanned by CamScanner

$$K_2 = \lim_{s=-3} \frac{s^3+10s^2+17s+6}{s+1} = \frac{-27+90-51+6}{-2} = -9$$

$$\therefore Y(s) = \infty - \frac{1}{s+1} - \frac{9}{s+3}$$

إشارة سالبة لأنها تنتمي لـ
لأنها لابد وأن تكون متجهة لأسفل.

وحل المعادلة نفعل الآتي.

نقرب المعادلة بـ $\frac{1}{s}$

let

$$Y(s) = K_\infty \frac{1}{s} + K_0 + \frac{K_1 s}{s+1} + \frac{K_2 s}{s+3}$$

$$\therefore K_\infty = \lim_{s\to\infty} \frac{Y(s)}{s} = \lim_{s\to\infty} \frac{s^3+10s^2+17s+6}{s(s+1)(s+3)}$$

$$K_\infty = \lim_{s\to\infty} \frac{s^3+10s^2+17s+6}{s^3+4s^2+3s} = \lim_{s\to\infty} \frac{1+\frac{10}{s}+\frac{17}{s^2}+\frac{6}{s^3}}{1+\frac{4}{s}+\frac{3}{s^2}}$$

$$K_\infty = 1$$

$$K_0 = \lim_{s\to 0} Y(s) = \lim_{s\to 0} \frac{s^3+10s^2+17s+6}{(s+1)(s+3)} = \frac{6}{3} = \boxed{2}$$

Scanned by CamScanner

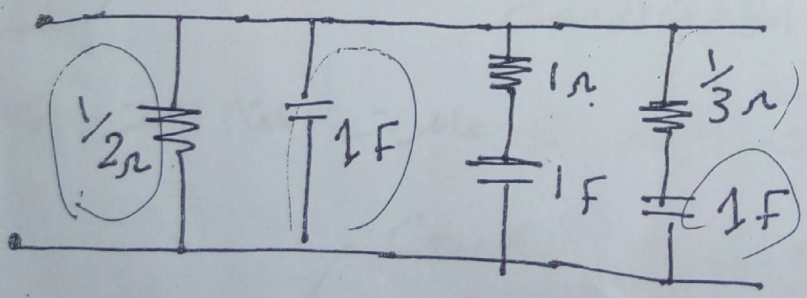
$$K_1 = \lim_{s=-1} (s+1)\,\frac{Y(s)}{s}$$

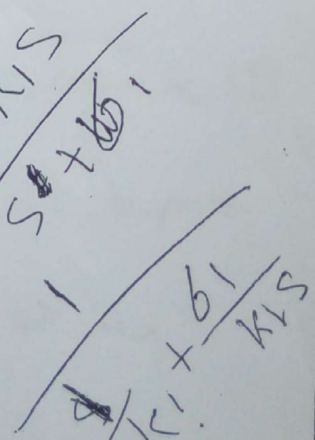
$$= \lim_{s=-1} \frac{s^3+10s^2+17s+6}{s(s+3)} = \frac{-1+10-17+6}{(-1*2)} = \boxed{1}$$

$$K_2 = \lim_{s=-3} (s+3)\,\frac{Y(s)}{s} = \lim_{s=-3} \frac{s^3+10s^2+17s+6}{s(s+1)} = \boxed{3}$$

$$\therefore Y(s) = 1.5 + 2 + \frac{1.5}{s+1} + \frac{3.5}{s+3}$$

$$Y(s) = \underbrace{2}_{Y_1} + \underbrace{s}_{Y_2} + \underbrace{\frac{1}{1+\frac{1}{s}}}_{Y_3} + \underbrace{\frac{1}{3+\frac{1}{s}}}_{Y_4}$$





Scanned by CamScanner

Couer I for Rc circuit

⇒ it must be impedance fn Z(s) :-

ولابد أنه يتحقق بالشروط التالية :

١- يجب أنه تكون درجة البسط أكبر من أو تساوي درجة المقام.

٢- ترتيب الحدود ترتيب تنازلي ويجب أنه يكون معامل أكبر أس يساوي = 1

٣ يجب أنه تكون المعاملات في البسط أكبر من أو تساوي نظائرها في المقام

Example :-

$$Z(s) = \frac{2s^2 + 4s + 1}{2s^2 + 3s}$$

- درجة البسط تساوي درجة المقام
- ترتيب الحدود تنازلي من الكبير الى الصغير
- نجعل معامل اعلى اس = 1 في البسط

$$Z(s) = \frac{s^2 + 2s + 1/2}{s^2 + 3/2\, s} = \frac{s^2 + 2s + 0.5}{s^2 + 1.5s}$$

نقارن معاملات كل من النظائر في الاس

نلاحظ أن معاملات البسط ≥ معاملات المقام للنفس الاس

ولذلك تنفذ باستخدام Couer I

Z_1 = مقاومة

$s^2+1.5s \;|\; s^2+2s+0.5 \;|\; 1$

$s^2+1.5s$

$0.5s+0.5 \;|\; s^2+1.5s \;|\; 2s$ ← عبارة مرتكتف 1/Y

s^2+s

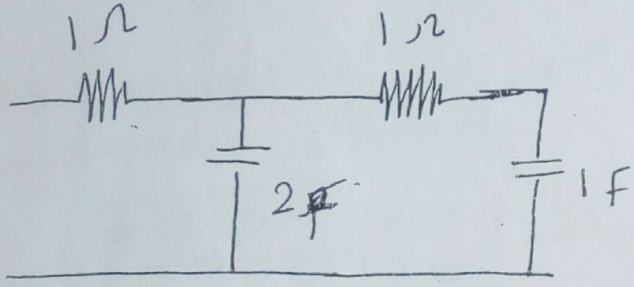
$0.5s \;|\; 0.5s+0.5 \;|\; 1$ ← Z_2 عبارة مرتقاربة

$0.5s$

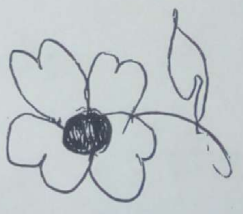
$0.5 \;|\; 0.5s \;|\; 1s$ ← عبارة مرتكتف Y_2

$0.5s$

0



Cauer. I (Rc)



Cauer II for Rc Network

لا بد من تحقيق الشرط

① إذا كانت هناك مفردة في المقام يكمل تنفذ في البسط وبكمل إذا لم يتحقق ذلك نقل

② نقوم بترتيب المعاملات في البسط والمقام ترتيب تصاعدي. حيث يكون أول حد يساوي = (1)

← ويجب أن يكون معاملات كل حد في البسط ≥ معاملات الحد المناظر له في المقام

Example : synthesis by using Cauer II

$$Y(s) = \frac{9s^2+9s+1}{6s+1}$$

لا يوجد s مفردة في البسط لذلك نقوم بترتيب الحدود تصاعدياً

$$Y(s) = \frac{1+9s+9s^2}{1+6s}$$

لابد وأن يكون معامل أعلى أس في البسط ≥ معامل أعلى أس في المقام. محقق.

ونبدأ الآن نقوم بعملية القسمة

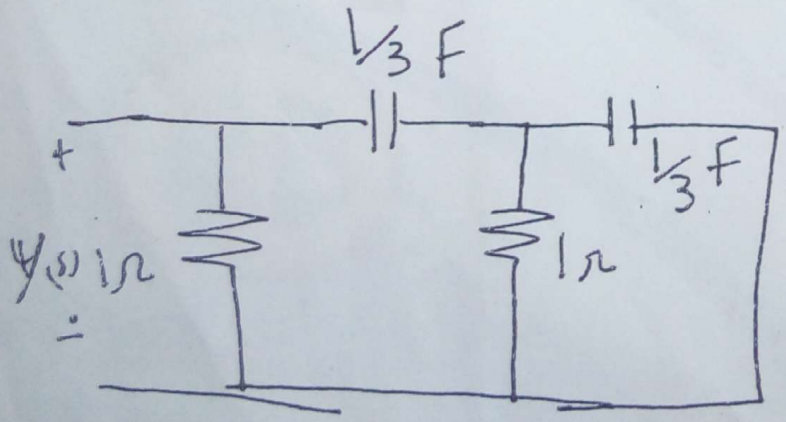
$$\begin{array}{r|l|l} 1+6s & 1+9s+9s^2 & 1 \\ & 1+6s & \\ \hline & 3s+9s^2 & \frac{1}{3s} \\ & 1+3s & \\ \hline & 3s & 1 \\ & 3s & \\ \hline & 9s^2 & 3s \\ & & 3s \\ \hline & & 0 \end{array}$$

عبارة عن مقاومة Y_1

عبارة عن مكثف Z_1

Y_2

Z_2



Scanned by CamScanner